

## INTRODUZIONE ALLA GEOMETRIA SOLIDA

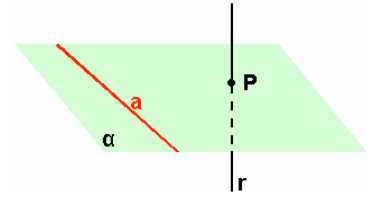
E' chiamata **geometria solida** quella branca della geometria che s'interessa dei **solidi**, ovvero delle figure geometriche formate da punti tutti compresi in uno spazio tridimensionale (larghezza, altezza e profondità).

Si dovrà quindi disegnare tali figure in prospettiva, facendo variare l'ampiezza degli angoli e dei lati (ma solo nel disegno!)

Bisogna quindi studiare i primi assiomi della geometria dello spazio:

1. il piano può essere determinato da:

- tre punti non allineati
- due rette incidenti (a e b)
- una retta e un punto fuori di essa (b e A)

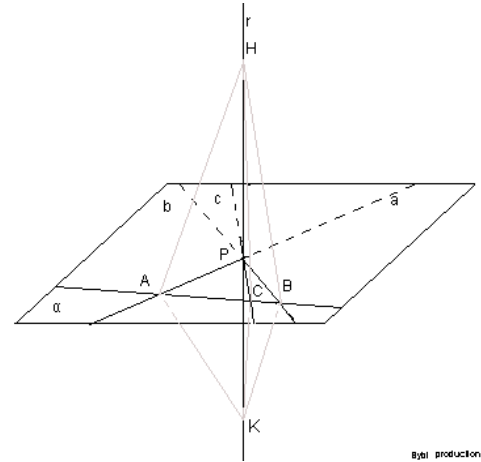


2. 2 rette nello spazio

- nello stesso piano sono dette **complanari** e possono essere: incidenti o parallele
- in piani diversi sono dette **sghembe** (a ed r)

3. la retta e il piano:

- una retta che ha in comune due punti con un piano, è contenuta totalmente nel piano
- una retta che ha in comune solo un punto con il piano si dice **“incidente”** al piano in un punto ed è una retta obliqua rispetto al piano. Se poi forma un angolo retto con le rette del piano passanti per quel punto, allora è **“perpendicolare”** al piano (HK cioè r). Il punto di intersezione con il piano è detto *pie' della perpendicolare (P)*
- una retta che non ha alcun punto in comune con il piano è **“parallela”** al piano.



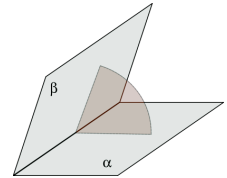
4. 2 piani nello spazio

**TEOREMA D'INTERSEZIONE DI DUE PIANI**

*Due piani distinti, aventi in comune un punto, hanno in comune una retta che passa per quel punto.*

Se due piani hanno in comune una retta, si dice che essi s'intersecano o si tagliano lungo quella retta, la quale si chiama allora l'intersezione dei due piani.

Per una retta nello spazio passano infiniti piani, che costituiscono un *fascio di piani*, di cui la retta dicesi *asse* o *sostegno*.

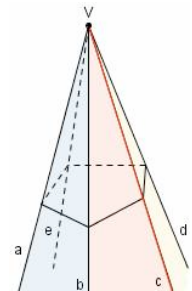


**TEOREMA DEGLI ANGOLI NELLO SPAZIO**

*Due piani distinti che hanno in comune una retta formano un angolo nello spazio definito “diedro”*

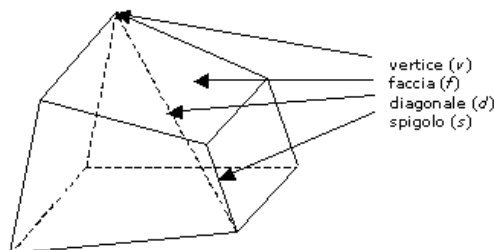
L'**angolo diedro** è un angolo tridimensionale formato dai due piani e dalla retta compresa tra esse che prende il nome di **spigolo**. Più in generale un angolo diedro si genera dall'intersezione di due piani nello spazio. Nel caso di un poliedro si genera dall'intersezione di due facce.

Se intersechiamo un piano perpendicolare allo spigolo del diedro si forma una regione di piano che prende il nome di **“sezione normale del diedro”** ed è uguale in qualunque punto intersechiamo il piano.



L'**angoloide** è la regione di spazio delimitata da 3 o più facce che convergono verso uno stesso punto detto **vertice**. Il numero minimo di facce necessarie per formare l'angoloide è 3. La sua misura è data dalla somma di tutti gli angoli al vertice che lo compongono. Per costruire un poliedro convesso gli angoloidi devono essere sempre minori di  $360^\circ$

I **POLIEDRI** sono le figure formate da una superficie poliedrica convessa chiusa e dai suoi punti interni. Hanno alcune caratteristiche che le figure piano non hanno:



- Il **volume**: si sviluppano in tre dimensioni. Il **volume** è tutto lo spazio interno alla figura solida. Esso, diversamente dall'area, si articola in tre dimensioni.
- Le **facce**: (solo per solidi dotati di superfici piane, nel caso di solidi dotati di superfici curve questa definizione non è possibile). La **faccia** è, per quanto riguarda un poliedro, ciascuna delle forme geometriche o poligoni che ne delimitano il volume. Le aree di tutte le facce del poliedro, se sommate, danno l'area della superficie totale del solido. Ogni faccia è rappresentata da un poligono, che può essere regolare o irregolare. Il numero minimo di facce necessario a costruire un poliedro è 4.
- Gli **spigoli**: Lo **spigolo** è il lato in comune tra due facce poligonali consecutive. Ovvero gli spigoli sono dati dall'intersezione tra le facce dei poligoni che compongono il poliedro (*angolo diedro del poliedro*)
- I **vertici**: Il **vertice** è quel punto in cui almeno tre facce di un poliedro convergono. Esso è dunque formato dall'intersezione di tre o più diversi spigoli (*angoloide del poliedro*).
- Le **diagonali**: il segmento che congiunge due vertici non situati sulla stessa faccia.

#### RELAZIONE DI EULERO

Tra le facce gli spigoli e i vertici di un poligono sussiste una relazione:  $f + v = s + 2$  oppure  $v + f - s = 2$  da cui:

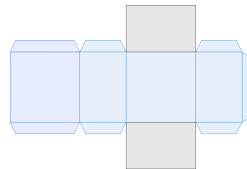
$$S = f + v - 2$$

$$V = s - f + 2$$

$$F = s - v + 2$$


#### SVILUPPO NEL PIANO DEL POLIEDRO

Se tagliamo un poliedro lungo i suoi spigoli possiamo immaginare di stenderlo nel piano e ottenere tante figure piane adiacenti quante sono le facce del poliedro. La superficie dello sviluppo è detta "**superficie totale del solido**".



I poliedri sono divisibili in:

1. **poliedri irregolari** non hanno alcuna regola di composizione, perciò non esistono formule per poterne calcolare la superficie e il volume.
2. **solidi platonici** è sinonimo di *solido regolare* o di *poliedro convesso regolare* e si definisce come poliedro convesso che ha per facce poligoni regolari tutti congruenti. Ne esistono 6 e sono:

|   | NOME       | FACCE | SPIGOLI | VERTICI | SPIGOLI PER VERTICE | SPIGOLI PER FACCIA | SVILUPPO PIANO  |
|---|------------|-------|---------|---------|---------------------|--------------------|---|
|  | tetraedro  | 4     | 6       | 4       | 3                   | 3                  |  |
|  | cubo       | 6     | 12      | 8       | 3                   | 4                  |  |
|  | ottaedro   | 8     | 12      | 6       | 4                   | 3                  |  |
|  | dodecaedro | 12    | 30      | 20      | 3                   | 5                  |  |
|  | icosaedro  | 20    | 30      | 12      | 5                   | 3                  |  |

3. **prismi** solidi a 2 basi parallele tra loro
4. **piramidi** solidi a 1 base
5. **solidi di rotazione** provviste una superficie curva. Questi solidi sono chiamati "di rotazione" perché derivano dalla rotazione attorno a uno dei lati di diverse figure geometriche piane come rettangoli, triangoli, quadrati e trapezi. Si ottengono vari solidi come:
  - il cilindro (dal rettangolo o dal quadrato)
  - il cono (dal triangolo).