Le disequazioni

velocità consentita (<) minore di 80 km/h

troviamo il concetto di disequazione nella vita quotidiana

Definizione 1.1

a = b è un'uguaglianza

a > b e **a < b** sono disuguaglianze

Una disuguaglianza può essere:

- **Vera**
- **Falsa**
- **Possibile**

Esempi:

5 < 3	disuguaglianza vera
8 > 5	disuguaglianza falsa
x > 7	disuguaglianza possibile *

* Infatti se x viene sostituito con un qualsiasi numero maggiore di 7 essa è **vera**, mentre se x viene sostituito con un qualsiasi numero minore di 7 è **falsa**.

Le disuguaglianze possibili si chiamano

disequazioni

Sono disequazioni, per esempio:

$$3x < 12$$

$$2x - 5 \leq x + 3$$

Se in una disequazione sostituisco un numero al posto dell'incognita (x), questa diventa una disuguaglianza che può essere vera o falsa.

Esempio guidato 1.1:

$$3x > 12$$

è una disequazione

se sostituisco 5 al posto di x ossia : $x = 5$

ottengo

$$3 \cdot (5) > 12$$

cioè

$$15 > 12$$

Quindi 5 trasforma la disequazione in una disuguaglianza vera

e diremo che 5 è una soluzione della disequazione

Definizione 2.1

Risolvere una disequazione vuol dire trovare l'insieme dei numeri che sostituiti all'incognita la trasformano in una disuguaglianza vera

Risoluzione di una disequazione di primo grado

Definizione 3.1

Qualsiasi disequazione di 1° grado può essere ricondotta

ad una delle seguenti forme:

$ax + b > 0$
$ax + b < 0$
$ax + b \geq 0$
$ax + b \leq 0$

Esempio

Consideriamo la disequazione

$$3x - 1 > 2x + 5$$

si può trasformare come segue:

1. **Trasporto tutti i termini al primo membro cambiandone il segno**

$$3x - 1 - 2x - 5 > 0$$

2. **Riduco i termini simili**

$$x - 6 > 0$$

Chiamiamo **y** il primo membro, ossia:

$$y = x - 6$$

che riconosciamo come l'equazione di una retta.

Rappresentiamo la retta sul piano cartesiano:

Troviamo il punto di intersezione della retta con l'asse x

assegniamo a y il valore 0 :

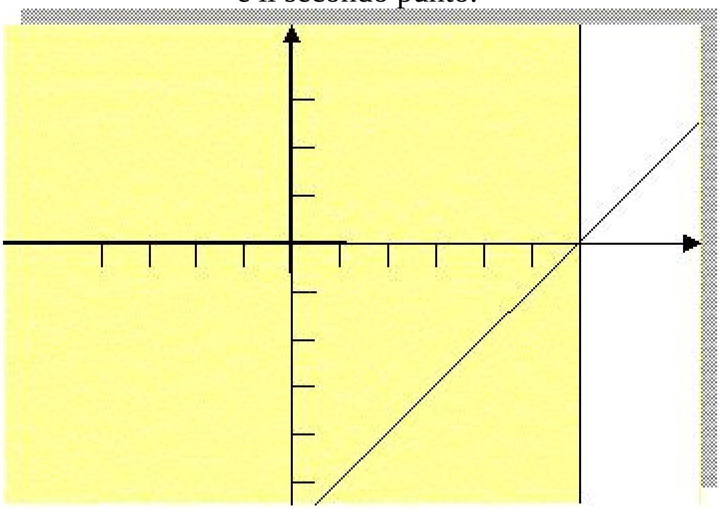
y = 0 **quindi** **x - 6 = 0** **da cui** **x = 6**

(6,0)
è il punto cercato.

Troviamo un altro punto della retta e rappresentiamola nel piano cartesiano:

x = 1 **quindi** **y = 1 - 6 = -5**

(1,-5)
è il secondo punto.



Dal grafico osserviamo che

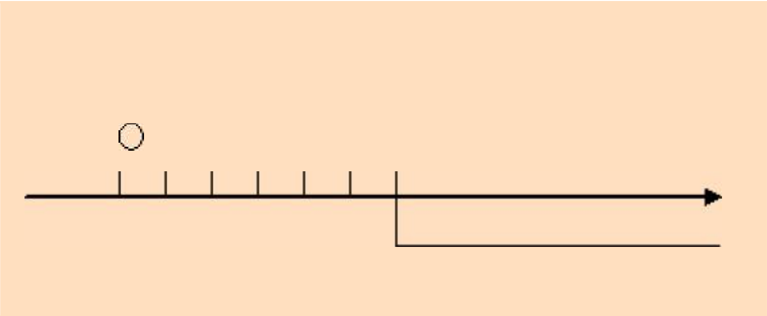
la retta è "sopra l'asse x"

nella fascia a destra di 6

cioè per $x > 6$.

Quindi le soluzioni della disequazione $x - 6 > 0$

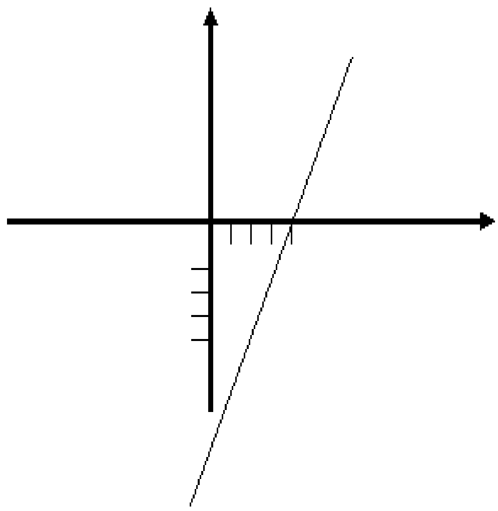
sono tutti i valori di $x > 6$



Esercizio guidato:

Risolvere la disequazione: **$3(x - 2) + 1 \leq 2x + 3$**	
Semplifico l'espressione ➢	**$3x - 6 + 1 \leq x + 3$**
Porto tutti i termini al primo membro ➢	**$3x - 6 + 1 - x - 3 \leq 0$**
Riduco i termini simili ➢	**$2x - 8 \leq 0$**
Chiamo y il valore di $2x - 8$ ➢	**$y = 2x - 8$**
Trovo due punti della retta	**(2, -4) (4, 0)**

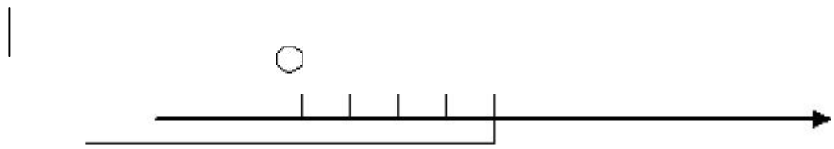
Disegno la retta $y = 2x - 8$ ➢



Osservando la retta si vede che risulta

“sotto l’asse x” ($y<0$)

per tutti i valori di $x <= 4$



Risoluzione di una disequazione di secondo grado

Nello stesso modo possiamo risolvere disequazioni di secondo grado.

Una disequazione di secondo grado è qualsiasi disequazione riconducibile ad una delle seguenti forme:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

Es.

$3x^2 - 2x - 1 < 0$ $x^2 + 4x - 3 \le 0$

Come già noto,
risolvere una disequazione vuol dire trovare l'insieme dei numeri che sostituiti all'incognita la trasformano in una disuguaglianza vera
(cioè soddisfano la disequazione).

Il primo membro della disequazione è un trinomio di 2° grado
il cui valore di Δ , come è noto, è dato da: $b^2 - 4ac$.

Si possono verificare tre casi:

1° caso ($\Delta > 0$)

2° caso ($\Delta = 0$)

3° caso ($\Delta < 0$)

1° caso ($\Delta > 0$):

Risolviamo la disequazione $3x^2 - 2x - 1 > 0$

Chiamiamo y il valore dell'espressione al primo membro della disuguaglianza

$$y = 3x^2 - 2x - 1$$

Otteniamo l'equazione di una parabola con concavità verso l'alto (a > 0).

$$\Delta = 4 + 12 = 16 > 0$$

La parabola interseca l'asse x in due punti

che trovo ponendo y=0 nella sua equazione:

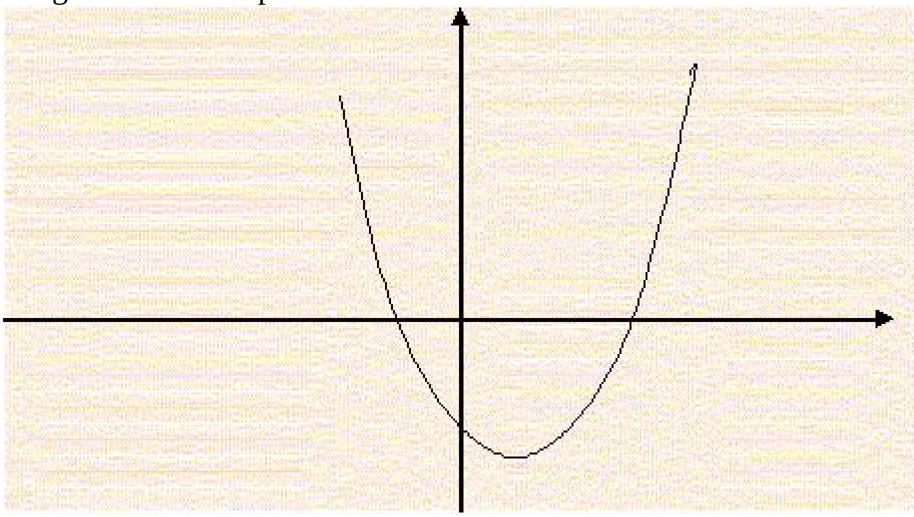
$3x^2 - 2x - 1 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6}$$

da cui $x_1 = 1$ e $x_2 = -1/3$

I punti trovati sono (1,0) e (-1/3,0)

Rappresentiamo graficamente la parabola:



Osservando il grafico notiamo che:

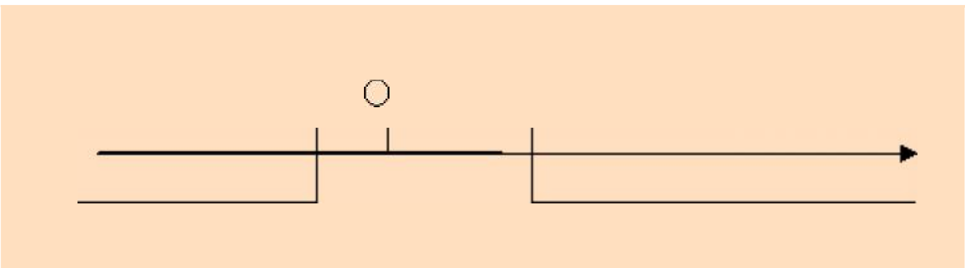
la parabola "sta sopra l'asse x" per tutti i valori di x inferiori a 1/3 e superiori a 1

cioè

$3x^2 - 2x - 1 > 0$

(la nostra disequazione)

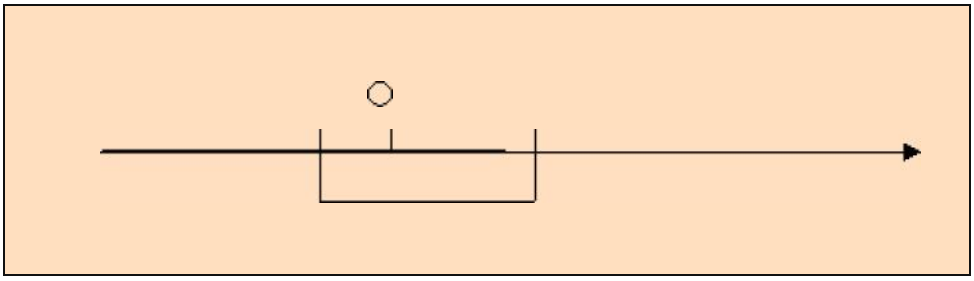
Ha soluzioni **esterne** a -1/3 e 1:



Analogamente si possono determinare le soluzioni della disequazione

$$3x^2 - 2x - 1 < 0$$

sono tutti i valori **interni** a $-1/3$ e 1
Cioè:



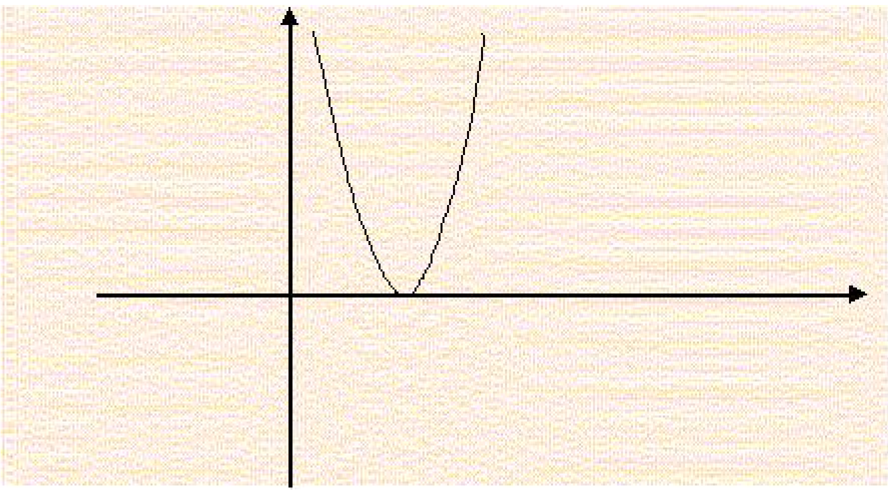
2° caso ($\Delta = 0$):

Risolviamo la disequazione

$$9x^2 - 30x + 25 > 0$$

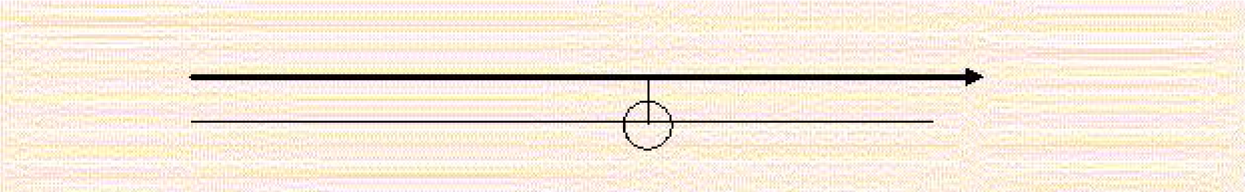
Seguendo lo stesso procedimento,

poiché **Δ = 900 - 900=0**,
la parabola associata è tangente all'asse x nel punto $x = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$



La parabola risulta "sopra" l'asse x per tutti i valori di x tranne il punto di tangenza,

quindi le soluzioni della disequazione data sono tutti i valori di $x \neq 5/3$. Cioè:



Invece la disequazione

$$9x^2 - 30x + 25 < 0$$

non ha soluzioni (impossibile). Infatti nessun punto della parabola è al di sotto dell'asse x.

3° caso ($\Delta < 0$):

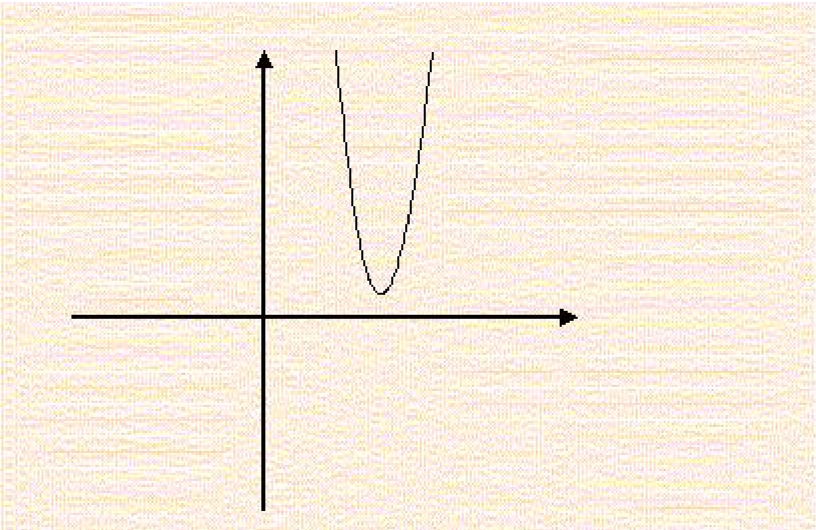
Risolviamo la disequazione

$$x^2 - 2x + 3 > 0$$

In questo caso **$\Delta = 4 - 12 = -8 < 0$**

La parabola associata **$y = x^2 - 2x + 3$**

non interseca lasse x.



Tutti i punti della parabola hanno sono al di sopra dell'asse x **.**

Quindi la disequazione data è soddisfatta per qualsiasi valore di x.

Invece la disequazione

$$x^2 - 2x + 3 < 0$$

non ha soluzioni (**impossibile**). Infatti nessun punto della parabola risulta sotto l'asse x.

Tutti i casi studiati presentano un valore di a > 0.

**Se il coefficiente a < 0 è possibile ricondurre la disequazione ad uno dei casi precedenti moltiplicando tutti i termini per -1
e cambiando il verso della disuguaglianza.**

Es.: $-2x^2 + 3x - 5 < 0$ è equivalente (stesse soluzioni) a $2x^2 - 3x + 5 > 0$.

Disequazioni di 2° grado in sintesi:

a > 0

	$ax^2 + bx + c > 0$	$ax^2 + bx + c < 0$
$\Delta > 0$ due soluzioni (x1 , x2)	$x < x_1$ e $x > x_2$ Valori esterni	$x_1 < x < x_2$ Valori interni
$\Delta = 0$ una soluzione (x1)	Qualsiasi valore di $x \neq x_1$	Impossibile
$\Delta < 0$ Nessuna soluzione	Qualsiasi valore di x	Impossibile

[indice](#)