Disequazioni

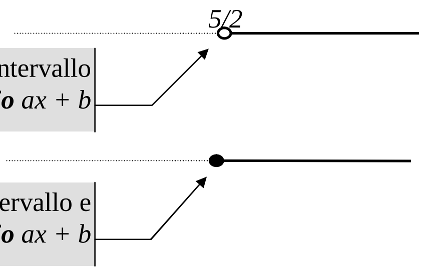
Si dice ***disequazione*** una disuguaglianza che contiene almeno una incognita in almeno uno dei due membri:

$$\boldsymbol{f(x)} \ \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} \ \boldsymbol{g(x)}$$

Vediamo con degli esempi i vari tipi di disequazioni (nei quali, se non presenta rilevanza particolare o difficoltà di sorta, trascureremo il caso con il segno di disequazione minore):

1) **Disequazione intera di primo grado**: $\boldsymbol{ax + b > 0}$

3(x-1)>x+2; 3x-3>x+2; 3x-x>2+3; 2x>5; *x>5/2*



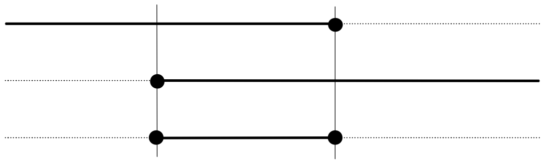
Simbolo che indica che l'estremo ***non è compreso*** nell'intervallo e che rappresenta uno ***zero del polinomio*** *ax + b*

N.B. Simbolo che indica che l'estremo ***è compreso*** nell'intervallo e rappresenta uno ***zero del polinomio*** *ax + b*

2) **Sistema di disequazioni:** è formato da due o più disequazioni ad una incognita che devono essere verificate ***contemporaneamente***

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

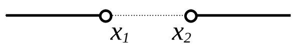
Risultato:



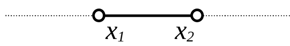
N.B. in questo esempio il ≥ è usato al solo scopo di esempio di estremi ***compresi*** nell'intervallo.

3) **Disequazione intera di secondo grado**: si possono presentare vari casi che schematizziamo così, **se a>0** e

$\boldsymbol{ax^2 + bx + c > 0}$ (Valori ***esterni*** alle due soluzioni) $x < x_1$ e $x > x_2$



$\boldsymbol{ax^2 + bx + c < 0}$ (Valori ***interni*** alle due soluzioni) $x_1 < x < x_2$



(da ciò si possono dedurre i casi in cui la disequazione contiene anche l'uguale e quelli in cui il delta è negativo o nullo)

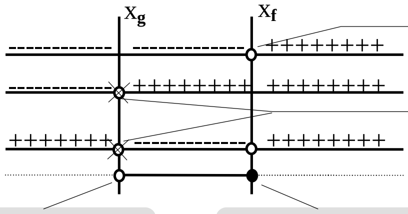
4) **Disequazione fattorizzabile** (di secondo grado, di grado superiore scomponibile in fattori o fratta):

Si risolve con il ***metodo dei segni***: si pone ciascun fattore >0 e si risolve il "sistema" prendendo come risultato gli intervalli che hanno lo <u>stesso segno della disequazione</u>.

Esempio:

$$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0 \qquad \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Segno del rapporto:
Intervallo risultato:



Simbolo che, **nel metodo dei segni**, indica lo ***zero*** della funzione *f(x).*

Simbolo che indica che lo ***zero*** della funzione *g(x)* non è accettabile per l'esistenza del rapporto.

Estremo non compreso nell'intervallo.

Estremo compreso nell'intervallo.

5) **Disequazioni irrazionali** (quelle in cui l'incognita figura sotto segno di radice) si presentano i seguenti casi:

$\sqrt[n]{A(x)} > B(x)$ con *n* pari	$\sqrt[n]{A(x)} < B(x)$ con *n* pari	$\sqrt[n]{A(x)} \substack{\geq \\ <} B(x)$ con *n* dispari
$\begin{cases} B(x) < 0 \\ A(x) \geq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) > [B(x)]^n \end{cases}$	$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) > 0 \\ A(x) < [B(x)]^n \end{cases}$	$A(x) \substack{\geq \\ <} [B(x)]^n$

6) **Disequazioni con termini in valore assoluto** (quelle in cui l'incognita figura in termini in valore assoluto):

Si risolve cercando **prima** in quali intervalli i vari moduli sono positivi o negativi e **poi**, in ciascuno di tali intervalli, le soluzioni della disequazione nella quale i moduli sono stati opportunamente "tolti".

Caso particolare: un solo modulo è confrontato con una costante positiva; si hanno i seguenti casi:

Tipo	$\lvert f(x) \rvert > k$	$\lvert f(x) \rvert < k$
Sostituzione del modulo	$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) > k \end{cases} \cup \begin{cases} f(x) < 0 \\ -f(x) > k \end{cases}$	$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) < k \end{cases} \cup \begin{cases} f(x) < 0 \\ -f(x) < k \end{cases}$ $-k < f(x) < 0 \;\cup\; 0 \leq f(x) < k$ $-k < f(x) < k$
Formula risolvente	$f(x) > k \cup f(x) < -k$	$\begin{cases} f(x) > -k \\ f(x) < k \end{cases}$

7) **Disequazioni esponenziali** (quelle in cui l'incognita figura all'esponente) se *a* e *b* sono non incogniti, si possono trovare le seguenti forme:

$a^{A(x)} > a^{B(x)}$		$a^{A(x)} > b$		$a^{A(x)} < b$	
con *a > 1* A(x) > B(x)	con *0 < a < 1* A(x) < B(x)	con *b>0* $A(x) > \frac{\log b}{\log a}$	con *bá0* *Indeterminata*	con *b>0* $A(x) < \frac{\log b}{\log a}$	con *bá0* *Impossibile*

8) **Disequazioni logaritmiche** si possono presentare i seguenti casi:

$\log_a A(x) > \log_a B(x)$		$\log_a A(x) > m$
con a > 1 $\begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \\ A(x) > B(x) \end{cases}$	con 0 < a < 1 $\begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \\ A(x) < B(x) \end{cases}$	Si applica la definizione di logaritmo e si ha m= $\log_a a^m$; si ricade quindi in uno dei due casi precedenti