

# MATEMATICA (secondo anno Liceo S.A e Sportivo)

## CONTENUTI

### **I sistemi lineari**

Sistemi di equazioni : definizione, grado e forma normale  
Metodo di sostituzione, confronto e riduzione  
Sistemi determinati, indeterminati e impossibili  
Sistemi di tre equazioni in tre incognite: metodo di sostituzione  
Semplici problemi di geometria.

### **I numeri reali e i radicali**

La proprietà invariantiva, la semplificazione di radicali, i radicali irriducibili  
I radicali simili e operazioni con i radicali (moltiplicazione, divisione, addizione, sottrazione e potenza)  
Razionalizzazione dei radicali  
Trasporto di un fattore fuori dal segno di radice  
Espressioni irrazionali e semplici equazioni irrazionali

### **IL PIANO CARTESIANO E LA RETTA**

Rappresentazione dei punti nel piano cartesiano, distanza tra due punti, punto medio  
L'equazione di una retta forma implicita ed esplicita, rappresentazione grafica  
Rette parallele e rette perpendicolari, significato coefficiente angolare e casi particolari  
Determinazione equazione retta noto un punto e il coefficiente angolare.  
Determinazione equazione retta noti due punti  
Determinazione coefficiente angolare noti due punti  
Intersezione tra due rette e rappresentazione grafica  
Risoluzione algebrica e grafica di un sistema di due equazioni in due incognite  
Distanza punto retta  
Problemi con la retta, problemi di scelta

### **Equazioni di secondo grado e la parabola**

Le equazioni di secondo grado intere e complete: forma normale, il discriminante e le soluzioni  
Le equazioni pure, spurie e monomie  
Semplici problemi di secondo grado  
Scomposizione di un trinomio di secondo grado e semplificazione di frazioni  
Le equazioni di secondo grado fratte  
La funzione quadratica e la parabola rappresentazione grafica (vertice, asse di simmetria e punti di intersezione con gli assi cartesiani)

### **Equazioni di grado superiore al secondo e sistemi**

Equazioni superiori al secondo grado risolvibili con la scomposizione in fattori (raccoglimento totale e parziale, regola di Ruffini, prodotti notevoli) e l'utilizzo della legge di annullamento del prodotto  
Equazioni binomie, trinomie (biquadratiche)  
Sistemi non lineari ( metodo di sostituzione)  
Problemi  
Retta e parabola (risoluzione algebrica e grafica)

## **Disequazioni**

Le disequazioni secondo grado risolvibili con l'uso della parabola ( intere, fratte e sistemi)

## **Introduzione alla probabilità**

Eventi e definizione di probabilità

Probabilità della somma logica di eventi e del prodotto di eventi , eventi compatibili e incompatibili, dipendenti e indipendenti

## **Geometria euclidea**

La circonferenza e le sue proprietà

Angolo al centro e angolo alla circonferenza; proprietà degli angoli al centro e alla circonferenza corrispondenti

Rette e circonferenze (tangente, secante, esterna)

Punti notevoli di un triangolo (ortocentro, incentro, baricentro)

Poligoni inscritti e circoscritti

Poligoni regolari e aree;

Il teorema di Pitagora ed Euclide e la similitudine

LIBRO DI TESTO E RISORSE ON-LINE: Per affrontare lo studio di questi argomenti oltre al libro di testo utilizzato (M.Bergamini, A. Trifone, G.Barozzi : Matematica.blu vol.2 Zanichelli Editore) si possono utilizzare le seguenti risorse on- line:

- Ripasso di matematica [www.ripmat.it](http://www.ripmat.it)
- Progetto Matematika [www.matematika.it](http://www.matematika.it)
- Chi ha paura della matematica (manuale) [www.chihapauradellamatematica.org](http://www.chihapauradellamatematica.org)
- [my.zanichelli.it](http://my.zanichelli.it) (occorre registrarsi)

## ALCUNI APPUNTI

### Equazioni di 2° grado e parabole, disequazioni di 2° grado

#### Teoria in sintesi

## PARABOLA

Ogni  
funzione

$y = ax^2 + bx + c$ , con  $a \neq 0$ , rappresenta una parabola, con le seguenti caratteristiche:

- L'asse della parabola è parallelo all'asse delle  $y$
- La parabola ha la concavità rivolta verso l'alto se  $a > 0$ , verso il basso se  $a < 0$
- Le coordinate del vertice sono  $V(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2-4ac}{4a})$
- La "apertura" della parabola è tanto maggiore, quanto maggiore è  $|a|$
- Per tracciare il grafico qualitativo della parabola si determinano il vertice e le intersezioni con gli assi.

**N.B.:** Per queste ultime ricorda che devi risolvere i due sistemi

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = ax^2 + bx + c \end{cases}$$

che  
dà

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ ax^2 + bx + c = 0 \end{cases}$$

che  
dà

$$\begin{cases} y = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

## DISEQUAZIONI DI 2° GRADO

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

**N.B.:** Possiamo sempre fare riferimento ai casi in cui il coefficiente  $a$  è positivo. Infatti se  $a$  è negativo, basta cambiare segno a tutti i termini e invertire il senso delle disequazioni.

(esempio:  $-x^2 - 2x + 3 > 0$  è equivalente a  $x^2 + 2x - 3 < 0$ )

- **METODO GRAFICO (uso della parabola)**

Per dare una interpretazione grafica delle disequazioni di secondo grado

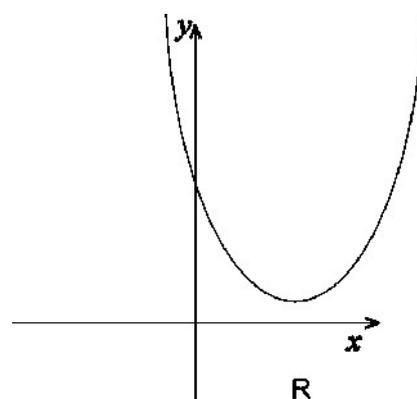
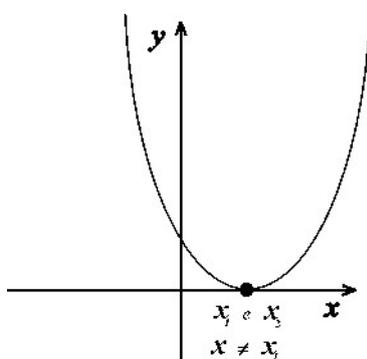
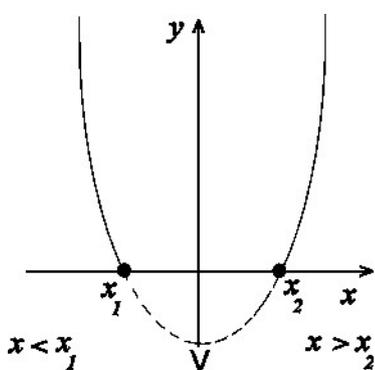
$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

- Si risolve l'equazione di secondo grado associata alla disequazioni
- si disegna la parabola (vedere schema disequazioni di secondo grado) e si determinano le soluzioni delle disequazioni

I casi possibili risultano riassunti nel seguente schema:

- $ax^2 + bx + c > 0$



Per gli altri casi vedere scheda disequazioni finale

## Risoluzione di una disequazione di secondo grado

Una disequazione di secondo grado è qualsiasi disequazione riconducibile ad una delle seguenti forme:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

---

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

Es.

$$3x^2 - 2x - 1 < 0$$

$$x^2 + 4x - 3 \leq 0$$

**Come già noto,  
risolvere una disequazione vuol dire trovare l'insieme dei numeri che sostituiti all'incognita la trasformano in una disuguaglianza vera (cioè soddisfano la disequazione).**

Il primo membro della disequazione è un trinomio di 2° grado il cui valore di  $\Delta$ , come è noto, è dato da:  $b^2 - 4ac$ .

Si possono verificare tre casi:

$$1^\circ \text{ caso} \quad (\Delta > 0)$$

$$2^\circ \text{ caso} \quad (\Delta = 0)$$

$$3^\circ \text{ caso} \quad (\Delta < 0)$$

**1° caso ( $\Delta > 0$ ):**

Risolviamo la disequazione  $3x^2 - 2x - 1 > 0$

Chiamiamo  $y$  il valore dell'espressione al primo membro della disuguaglianza

$$y = 3x^2 - 2x - 1$$

Otteniamo l'equazione di una parabola con concavità verso l'alto ( $a > 0$ ).

$$\Delta = 4 + 12 = 16 > 0$$

La parabola interseca l'asse x in due punti

che trovo ponendo  $y=0$  nella sua equazione:

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

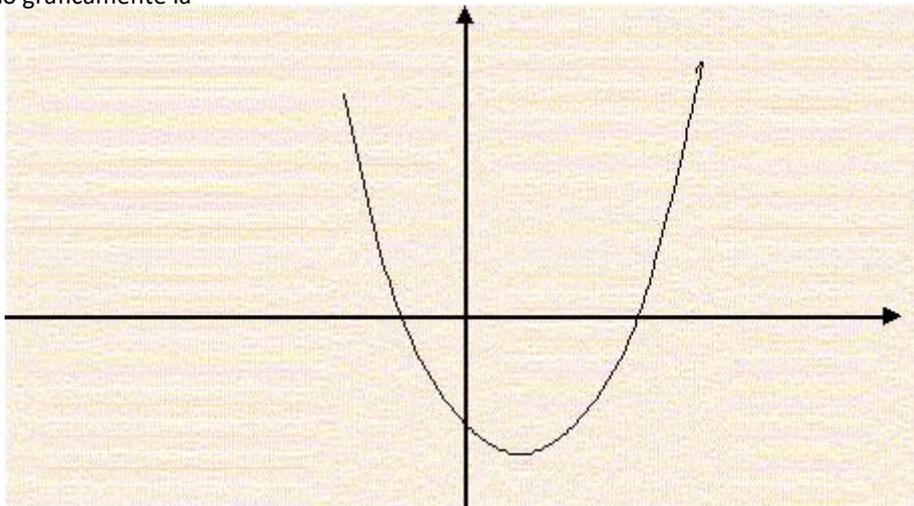
$$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6}$$

da cui  $x_1 = 1$  e  $x_2 = -1/3$

I punti trovati sono  $(1,0)$  e  $(-1/3,0)$

Rappresentiamo graficamente la

parabola:



Osservando il grafico notiamo che:

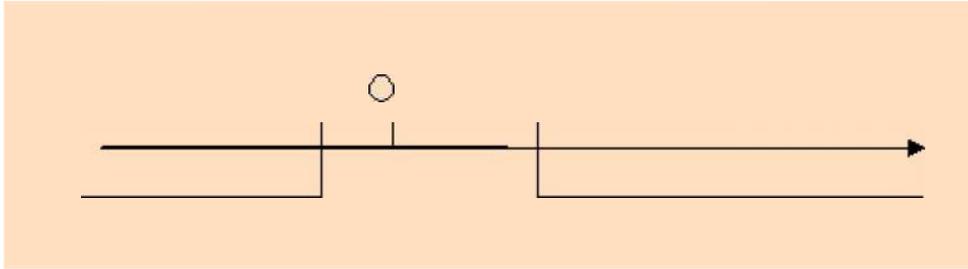
la parabola "sta sopra l'asse x" per tutti i valori di  $x$  inferiori a  $1/3$  e superiori a  $1$

cioè

$$3x^2 - 2x - 1 > 0$$

(la nostra disequazione)

Ha soluzioni esterne a  $-1/3$  e  $1$ :

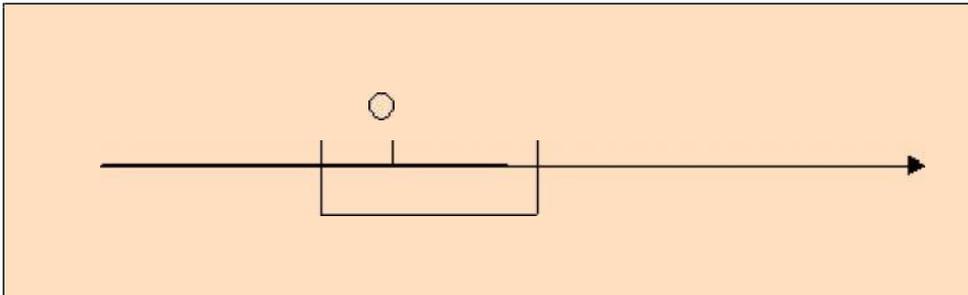


Analogamente si possono determinare le soluzioni della disequazione

$$3x^2 - 2x - 1 < 0$$

sono tutti i valori **interni** a  $-1/3$  e  $1$

Cioè:



## 2° caso ( $\Delta = 0$ ):

Risolviamo la disequazione

$$9x^2 - 30x + 25 > 0$$

Seguendo lo stesso

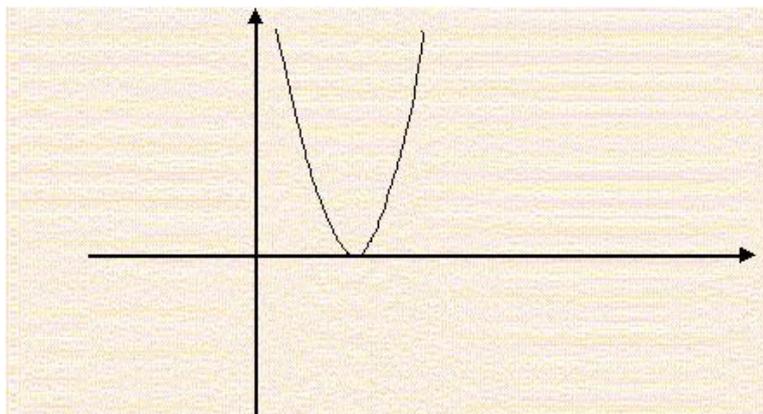
procedimento, poiché  $\Delta = 900 -$

$900 = 0$ ,

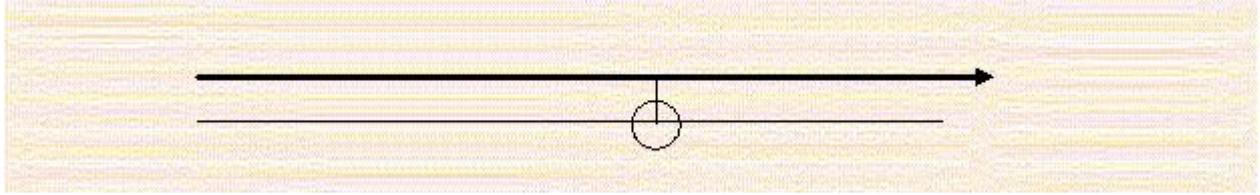
la parabola associata è tangente all'asse x nel punto

$$30 \quad 5$$

$$x = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$



La parabola risulta "sopra" l'asse x per tutti i valori di x tranne il punto di tangenza, quindi le soluzioni della disequazione data sono tutti i valori di  $x \neq 5/3$ . Cioè:



Invece la disequazione

$$9x^2 - 30x + 25 < 0$$

non ha soluzioni (impossibile). Infatti nessun punto della parabola è al di sotto dell'asse x.

### 3° caso ( $\Delta < 0$ ):

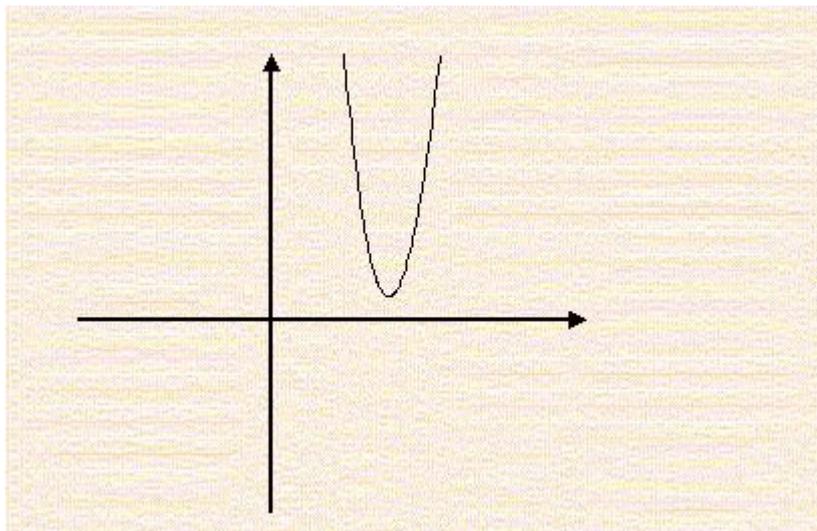
Risolviamo la disequazione

$$x^2 - 2x + 3 > 0$$

In questo caso  $\Delta = 4 - 12 = -8 < 0$

La parabola associata  $y = x^2 - 2x + 3$

non interseca l'asse x.



Tutti i punti della parabola hanno sono al di sopra dell'asse x .

Quindi la disequazione data è soddisfatta per qualsiasi valore di x.

Invece la disequazione

$$x^2 - 2x + 3 < 0$$

non ha soluzioni (**impossibile**). Infatti nessun punto della parabola risulta sotto l'asse x.

**Tutti i casi studiati presentano un valore di  $a > 0$ .**

**Se il coefficiente  $a < 0$  è possibile ricondurre la disequazione ad uno dei casi precedenti moltiplicando tutti i termini per -1 e cambiando il verso della disuguaglianza.**

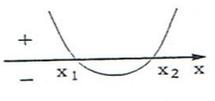
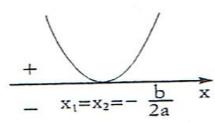
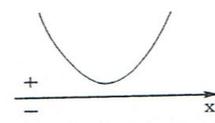
Es.:  $-2x^2 + 3x - 5 < 0$  è equivalente (stesse soluzioni) a  $2x^2 - 3x + 5 > 0$ .

**Disequazioni di 2° grado in sintesi:**

**$a > 0$**

|   | <b><math>ax^2 + bx + c &gt; 0</math></b>                                    | <b><math>ax^2 + bx + c &lt; 0</math></b>                   |
|---|---|--|
| <b><math>\Delta &gt; 0</math><br/>due soluzioni (<math>x_1, x_2</math>)</b> | <b><math>x &lt; x_1</math> e <math>x &gt; x_2</math><br/>Valori esterni</b> | <b><math>x_1 &lt; x &lt; x_2</math><br/>Valori interni</b> |
| <b><math>\Delta = 0</math><br/>una soluzione (<math>x_1</math>)</b>         | <b>Qualsiasi valore di <math>x \neq x_1</math></b>                          | <b>Impossibile</b>   |
| <b><math>\Delta &lt; 0</math><br/>Nessuna soluzione</b>                     | <b>Qualsiasi valore di <math>x</math></b>                                   | <b>Impossibile</b>   |

**1.1** Riprendiamo qui di seguito, lo schema riassuntivo, già considerato nel paragrafo n. 8, completandolo con l'interpretazione grafica.

|         | $\Delta = b^2 - 4ac$            | parabola  | valori di $x$ che verificano la disequazione |                              |                            |                            |
|---------|---------------------------------|---|--|------------------------------|----------------------------|----------------------------|
|         |                                 |   | $ax^2 + bx + c > 0$                          | $ax^2 + bx + c \geq 0$       | $ax^2 + bx + c < 0$        | $ax^2 + bx + c \leq 0$     |
| $a > 0$ | $\Delta > 0$<br>( $x_1 < x_2$ ) |  | $x < x_1 \vee x > x_2$                       | $x \leq x_1 \vee x \geq x_2$ | $x_1 < x < x_2$            | $x_1 \leq x \leq x_2$      |
|         | $\Delta = 0$                    |  | $x \neq -\frac{b}{2a}$                       | $\forall x \in R$            | nessun<br>valore<br>di $x$ | $x = -\frac{b}{2a}$        |
|         | $\Delta < 0$                    |  | $\forall x \in R$                            | $\forall x \in R$            | nessun<br>valore<br>di $x$ | nessun<br>valore<br>di $x$ |

|   |  |   |  |  |
|---|--|---|--|--|
|  | <p><b>SISTEMA DI GESTIONE INTEGRATO QUALITÀ-ACCREDITAMENTO</b><br/>UNI EN ISO 9001:2015 - MANUALE OPERATIVO ACCREDITAMENTO</p> <p><b>I.I.S. PRIMO LEVI</b></p> | <p>Contenuti minimi di Matematica per esami d' idoneità o integrativi della classe 1 Liceo S. A. e LISS</p> | <p><b>Cod. Mod.</b></p> <p><i>Pag. 11 di</i><br/>2</p> | <p><b>DS005</b></p> <p><b>Rev.01</b><br/><b>23.05.2022</b></p> |
|---|--|---|--|--|