Appunti di Elettrotecnica

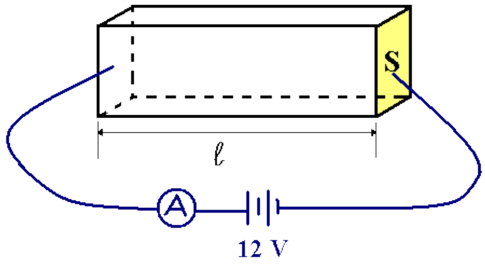
Premessa

Il presente opuscolo non può e non vuole essere considerato sostitutivo del libro di testo, vuole semplicemente essere un supporto, per rammentare agli studenti alcuni degli argomenti trattati durante le lezioni.

sommario

Resistività dei materiali

Se un parallelepipedo, di sezione **S** e di lunghezza ℓ, è sottoposto ad una differenza di potenziale **U,** viene percorso da una corrente Elettrica **I.**



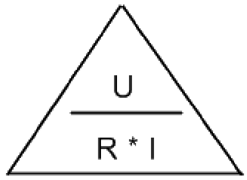
- Il parallelepipedo presenta una resistenza **R** data dalla legge di Ohm. $R = \frac{U}{I}$
- Detta resistenza **R** è uguale alla **ρ** resistività specifica del materiale per la lunghezza ℓ del parallelepipedo diviso la sezione **S**. $R = \rho \cdot \frac{\ell}{S}$
- La resistività specifica del materiale è una caratteristica intrinseca del materiale e varia al variare di esso. (per fare un analogia il peso specifico varia al variare del materiale). $\rho = R \cdot \frac{S}{\ell}$

	Materiale		Resistività elettrica a 20 °C ($\Omega \cdot mm^2 / m$)
conduttori	Argento		0,0164
	Rame ricotto		0,0172
	Bronzo fosforoso		0,018
	Oro		0,0244
	Alluminio		0,0278
	Ferro		0,10
	Stagno		0,11
	Argentana	(60%Cu-25%Zn-15%Ni)	0,35
	Costantana	(60%Cu-40%Ni)	0,491
	Manganina	(84%Cu-12%Mn-4%Ni)	0,497
	Mercurio		0,958
s.c.	Silicio puro		$(60 \div 230) \cdot 10^7$
isolanti	Carta		10^{14}
	Vetro		10^{15}
	Polistirolo		10^{22}

(Per esempio un filo di costantana lungo **3** m e di sezione **1,5** mm^2 presenta una

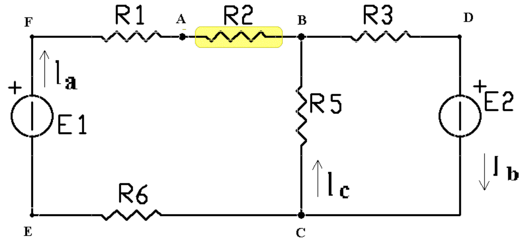
resistenza pari a $R = \frac{\rho * \ell}{S} = \frac{0{,}491\left[\Omega * mm^2/m\right] * 3[m]}{1{,}5\left[mm^2\right]} = 0{,}982[\Omega\,]$)

Legge di Ohm

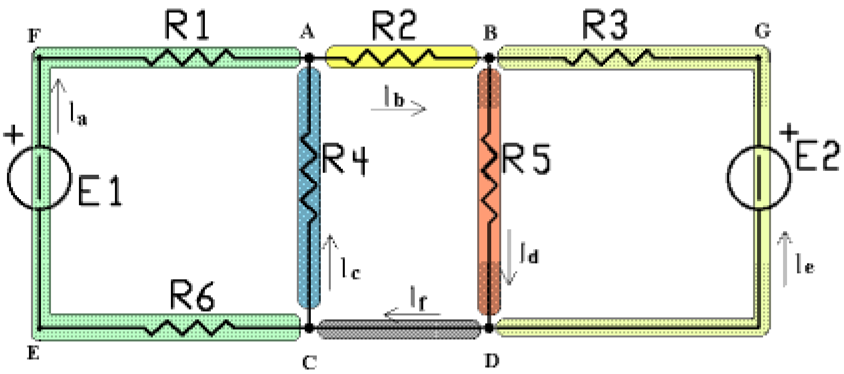


$$U = R \cdot I$$

La caduta di potenziale, ai capi di un resistore percorso da una corrente elettrica, è uguale al valore della resistenza, del resistore, per il valore della corrente che l'attraversa.

	Quindi facendo riferimento allo schema qui a lato disegnato La formula diventa $U_{AB} = R_2 \cdot I_a$
Cioè la caduta di potenziale U_{AB} ai capi del resistore R2 è pari alla Resistenza del resistore R_2 per la corrente I_b che attraversa il resistore	

Elementi di un circuito

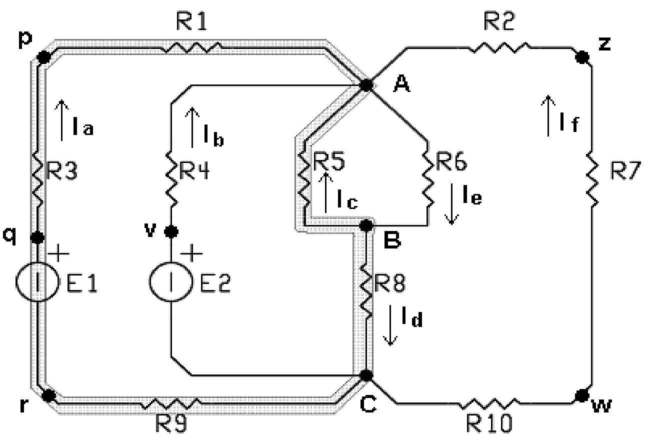


Nodi	**Rami**	**Maglie**
Si dice nodo il punto di unione di due o più tratti di circuito. I nodi si possono suddividere in propri ed impropri Si dicono nodi impropri quelli che uniscono solo due tratti di circuito (E,F,G). Si dicono propri i nodi che uniscono tre o più tratti di circuito . (A,B,C,D)	Si dicono rami i tratti di circuito che uniscono due **nodi propri**. Tutti i componenti appartenente ad un ramo si dicono in serie. In quanto sono percorsi dalla stessa corrente. Nel circuito di esempio sono presenti 6 rami evidenziati con colori diversi.	Si dice maglia chiusa l'unione dei rami contigui che formano un percorso chiuso. Si dice maglia aperta l'unione di tratti contigui di rami che non formino un percorso chiuso.

Principi di Kirchhoff

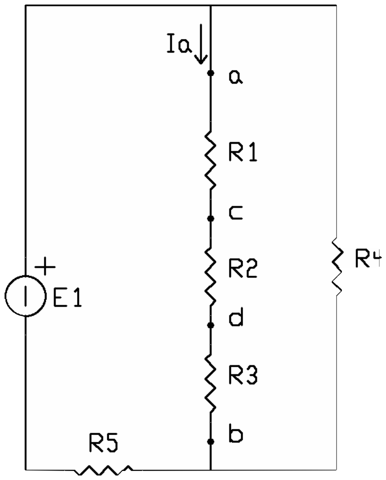
Dato un circuito elettrico generico si assegni un nome ed un verso arbitrario a tutte le correnti (una per ramo), su questo circuito valgono i seguenti principi:

Primo principio	**Secondo principio**
In un nodo, generico, la somma delle correnti entranti è pari alla somma delle correnti uscenti. $\sum I_e = \sum I_u$	In una maglia chiusa la somma algebrica delle F.E.M. (**F**orze **E**lettro-**M**otrici) presenti nella maglia è pari alla somma algebrica delle cadute di potenziale sui componenti passivi presenti sulla stessa. $\sum E = \sum U \qquad \left(U = R \cdot I \text{ (legge di ohm)} \right)$ Scelto un verso di percorrenza arbitrario si considerano: • positive le **F.E.M.** che si incontrano il cui verso è concorde con il senso di percorrenza della maglia; cioè si incontra il generatore (dal morsetto – al morsetto +). Negative quelle opposte. • Le **cadute di potenziale** saranno positive se il verso di percorrenza è concorde con il verso della corrente, (assegnato in modo arbitrario), negative se il verso è discorde.

In un circuito elettrico si possono scrivere tante equazioni indipendenti esattamente quanti sono i rami che lo compongano. Perciò un circuito presenta una ed una sola soluzione se e solo se non vi è più di un'incognita per ramo. Le equazioni saranno cosi formate: Il numero di equazione ai nodi sarà pari al numero dei nodi propri -1 $N_{eq}=N_{nodi} -1$ Equazioni alle maglie $M_{eq} = R_{rami} - (N_{nodi} -1)$	 ➢ nodi propri sono segnati in maiuscolo ➢ i nodo impropri in minuscolo) Equazione al nodo A $I_a + I_b + I_e = I_c + I_f$ Equazione alla maglia evidenziata (percorsa in verso orario) $U_{Cr} + U_{qp} + U_{pA} + U_{AB} + U_{BC} = E1$ $(I_a \cdot R_9) + (I_a \cdot R_3) + (I_a \cdot R_1) + (-I_c \cdot R_5) + (I_d \cdot R_8) = E1$

Resistori collegati in serie

Due o più resistori si dicono collegati in serie se appartengano allo stesso ramo.



Se si vuole sostituire un resistore al posto di più resistori in serie, (tra a e b) in modo tale che il resto del circuito non si accorga della sostituzione, allora si deve garantire che la caduta di potenziale U_{ab} deve rimanere inalterata, come pure la corrente che traversa della serie.

$$U_{ab} = U_{ac} + U_{cd} + U_{db}$$

$$\frac{R_s}{I_a} = \frac{R_1}{I_a} + \frac{R_2}{I_a} + \frac{R_3}{I_a} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{I_a}$$

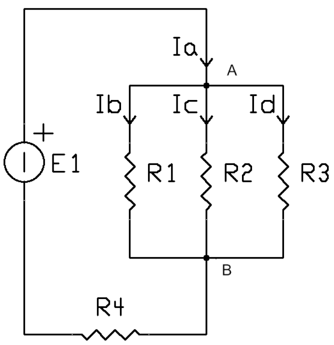
Essendo
$U_{ac} = R_1/I_a$
$U_{cd} = R_2 / I_a$
$U_{db} = R_3 / I_a$

Dalla formula si evince che il resistore R_s deve avere una resistenza pari alla somma delle resistenze dei resistori:

$$R_S = R_1 + R_2 + R_3$$

Resistori in parallelo

Due o più resistori si dicono in parallelo se gli estremi confluiscono sugli stessi nodi propri. (il resistore deve essere l'unico componente del ramo.)



Se si vuole sostituire un resistore al posto di più resistori in parallelo in modo tale che in resto del circuito non si accorga della sostituzione, allora si deve garantire che la caduta di potenziale U_{ab} deve rimanere inalterata come pure la corrente in ingresso del parallelo.
Applico in 1 principio di K. al nodo A

$$I_a = I_b + I_c + I_d$$

$$\frac{U_{AB}}{R_p} = \frac{U_{AB}}{R_1} + \frac{U_{AB}}{R_2} + \frac{U_{AB}}{R_3} = U_{AB} * \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Essendo
$I_b = U_{AB} / R_1$
$I_c = U_{AB} / R_2$
$I_d = U_{AB} / R_3$

Da cui si deduce che il resistore R_p deve avere la **conduttanza (1/ R_p)** pari alla somma della conduttanze dei resistori:

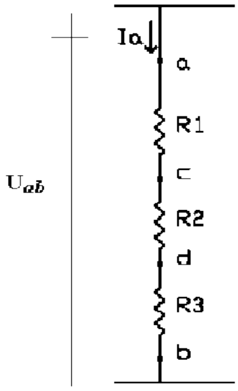
$$\boxed{\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

nel caso particolare di due resistori si ha:

$$\boxed{R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_2 + R_1}{R_1 * R_2}} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$\boxed{R_p = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}}$$

Partitore di tensione

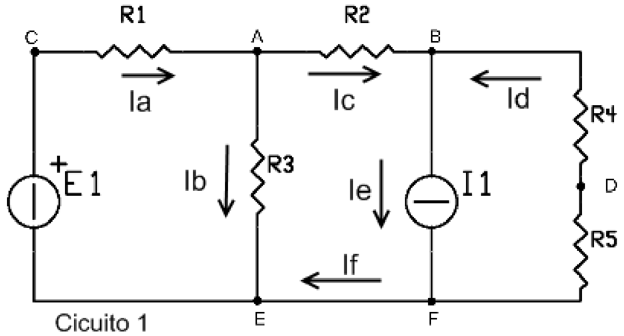


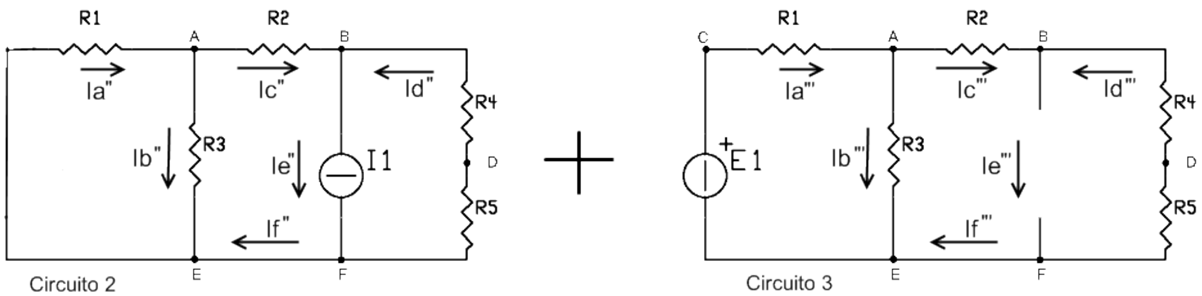
Se un ramo, composto da soli resistori, è sottotosto ad una d.d.p. La tensione ai capi del singolo resistore è direttamente proporzionale alla resistenza del resistore stesso ed inversamente proporzionale alla somma delle resistenze ed è pari:

$$\boxed{U_{r_x} = \frac{U_{ab}}{R_{ramo}} \cdot R_x} \quad \text{p.e.} \quad \boxed{U_{ad} = \frac{U_{ab}}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot R_2}$$

Principio di sovrapposizione degli effetti

Sia dato un circuito realizzato esclusivamente con componenti lineari (resistori, generatori di corrente o di tensione), in cui agiscono diversi generatori; l'effetto che si ha su un tratto del circuito (**corrente e tensione**), è pari all'effetto prodotto sullo stesso, dalla somma algebrica degli effetti (**corrente e tensione**) prodotti dai singoli generatori quando tutti gli altri generatori indipendenti sono posti a zero. (cioè si sostituisce con un filo i generatori di tensione e con un circuito aperto i generatori di corrente.).





Esempio: la corrente che circola sul resistore R3 del circuito 1 è uguale alla somma:

- della corrente sul resistore R3 calcolata nel 2° circuito
- della corrente sul resistore R3 calcolata nel 3° circuito.

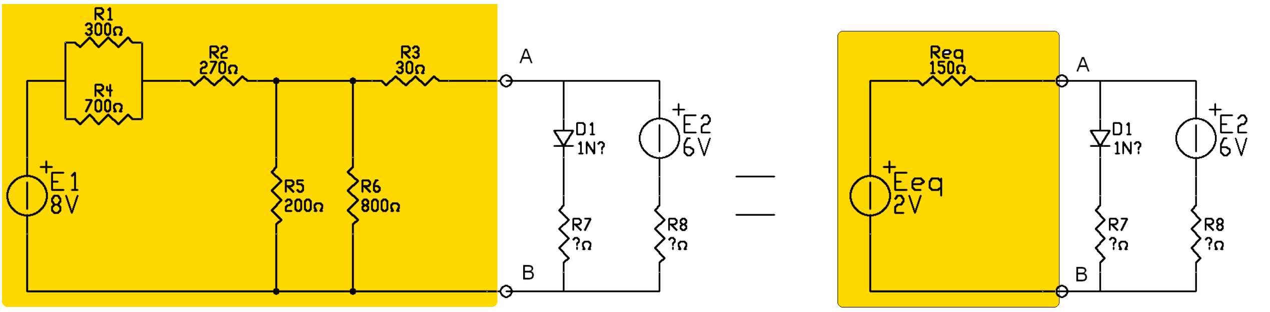
$$\} \; I_b = I_b' + I_b''$$

Lo stesso vale per le tensioni :

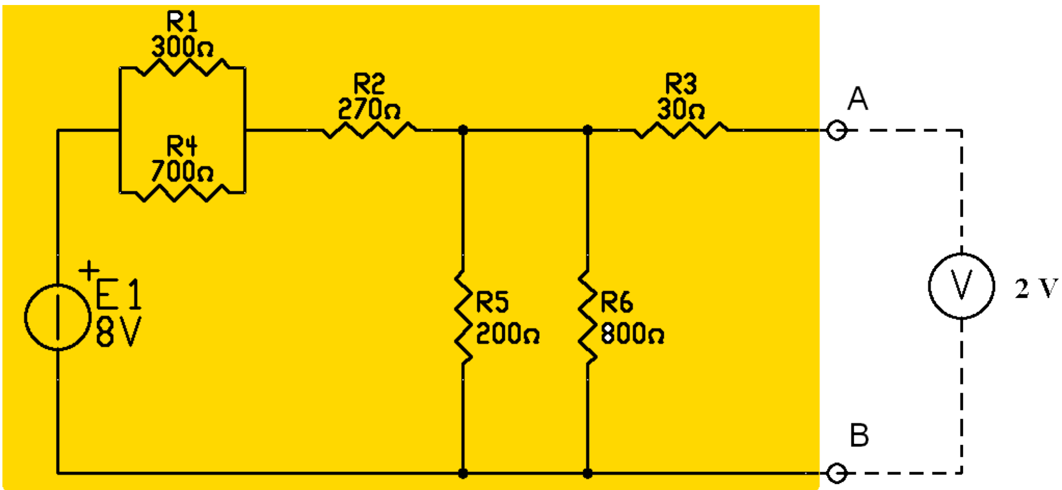
Uae = Uae" + Uae'''

Teorema di Thèvenin

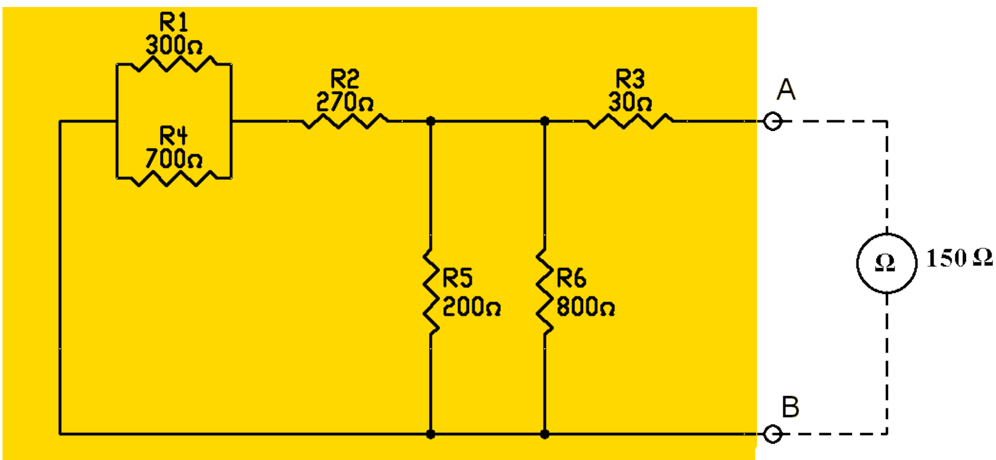
Un dipolo comunque complesso, realizzato con componenti lineari, (resistori, generatori di corrente o di tensione) può sempre essere considerato come realizzato con un generatore ideale di tensione con in serie un resistore.



- Il valore del generatore equivalente secondo Thèvenin è pari alla tensione a vuoto tra i punti A e B in cui si è effettuato il taglio del circuito.

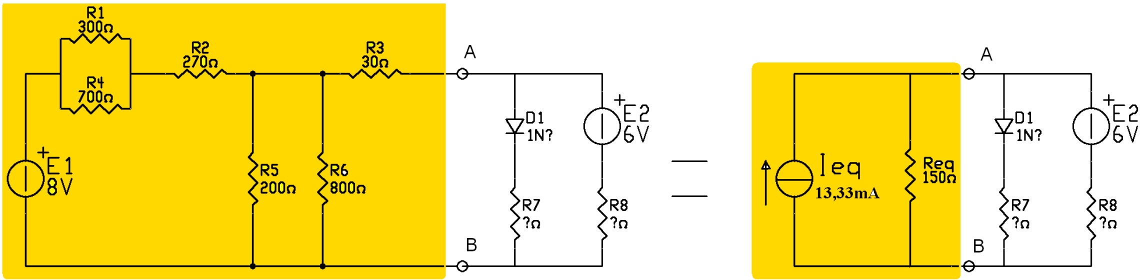


- Il valore del resistore secondo Thèvenin è pari alla resistenza a vuoto vista tra i punti A e B una volta che si sono azzerati i generatori indipendenti. (cioè sostituiti con un filo i generatori di tensione e con un circuito aperto i generatori di corrente.)

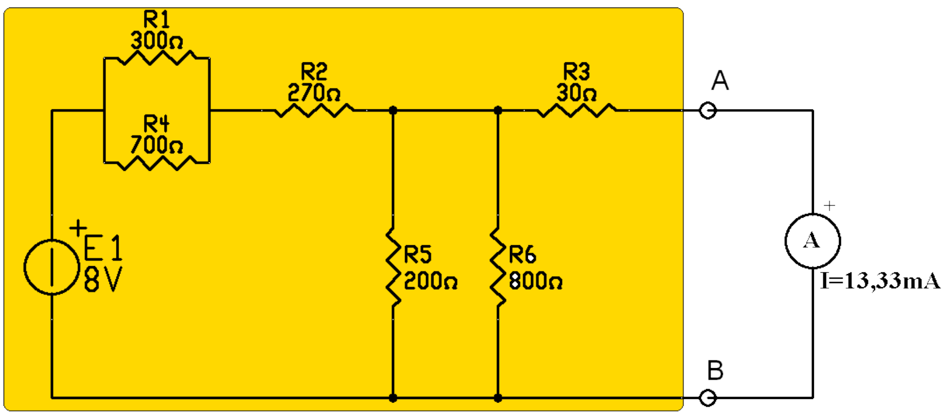


Teorema di Norton

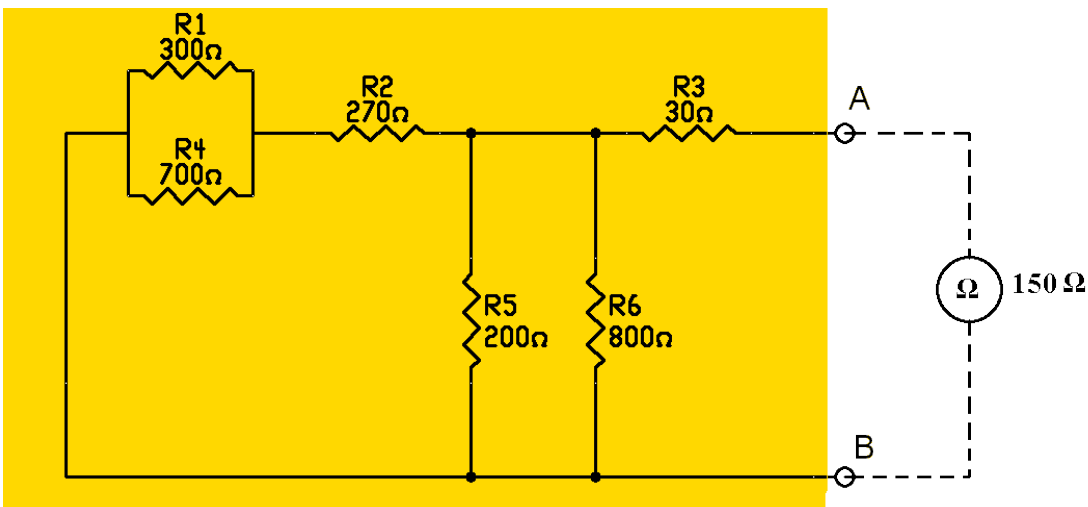
Un dipolo comunque complesso, realizzato con componenti lineari, (resistori, generatori di corrente o di tensione) può sempre essere considerato come realizzato con un generatore ideale di corrente con in parallelo un resistore.



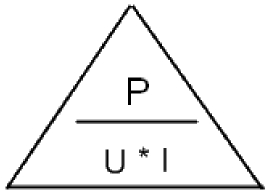
- Il valore del generatore equivalente secondo Norton è pari alla corrente di cortocircuito tra i punti A e B in cui si è effettuato il taglio del circuito.



- Il valore del resistore secondo Norton è pari alla resistenza a vuoto vista tra i punti A e B una volta che si sono azzerati i generatori indipendenti. (cioè sostituiti con un filo i generatori di tensione e con un circuito aperto i generatori di corrente.)



Potenza elettrica legge di Joule



In un componente elettrico la potenza generata o dissipata dipendono esclusivamente dalla differenza di potenziale ai suoi capi e dalla corrente che l'attraversa

$$\mathbf{P=U\cdot I}$$

La potenza è generata se la corrente che esce dal morsetto a potenziale più alto, dissipata in caso contrario.

Nel caso di componenti passivi questa è sicuramente dissipata.
Nel caso di più generatori bisogna valutare caso per caso.

La somma di tutte le potenze dissipate è uguale alla somma delle potenze generate.

Per la potenza dissipata su componenti passivi si possono utilizzare anche le seguenti formule che derivano dalla precedente applicando la legge di ohm.

$$\mathbf{P=R\cdot I^2}$$

$$\mathbf{P=U^2/R}$$

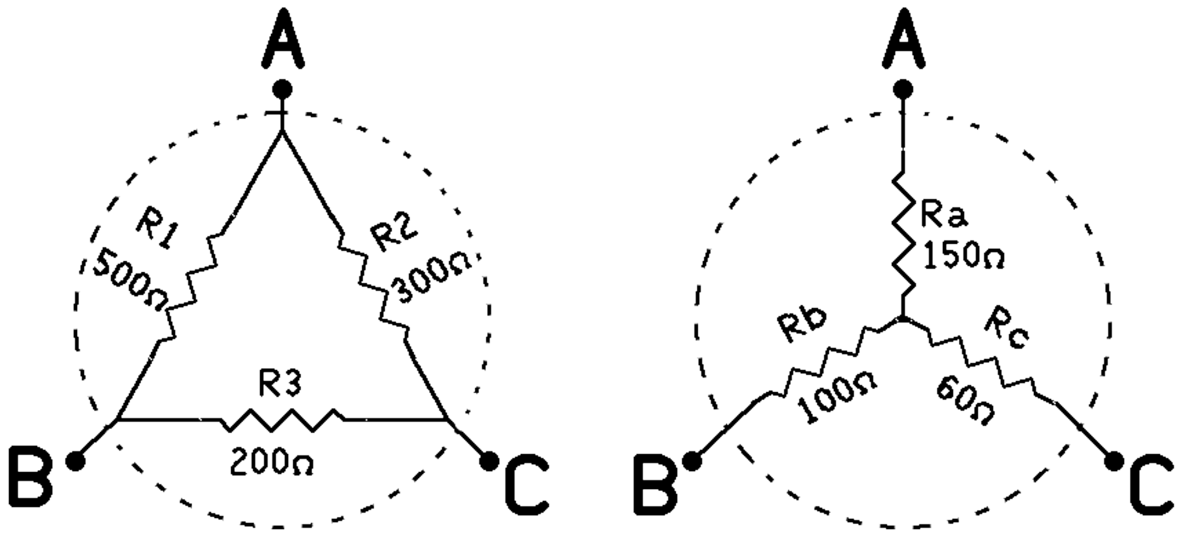
Ricorda:

$U= R\cdot I$

$I = U / R$

Conversione triangolo stella

Un tripolo costituito da tre resistori posti a triangolo e connesso ad una rete mediante tre nodi A, B, C, può essere sostituito con un equivalente tripolo costituito da tre resistori posti a stella tra gli stessi nodi . O viceversa



Tale sostituzione sarà del tutto indifferente per il resto del circuito.

$R_A = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$	$R_B = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$	$R_C = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$

$R_1 = R_A + R_B + \frac{R_A * R_B}{R_C}$	$R_2 = R_A + R_C + \frac{R_A * R_C}{R_B}$	$R_3 = R_B + R_C + \frac{R_B * R_C}{R_A}$

Campo di forze

Si definisce campo di forze una regione dello spazio con proprietà e caratteristiche fisiche tali da modificare lo stato di quiete o di moto di un opportuno elemento esploratore.

Linee di forza

Le linee di forza sono le traiettorie che una particella esplorativa (senza massa) libera di muoversi compirebbe se abbandonata a se stessa.

Campo elettrico

Il campo di forze generato da una o più cariche elettriche si dice campo elettrico.

$$\boxed{E = \frac{F}{q}}$$

Legge di Coulomb

Le forze attrattive o repulsive che si manifestano tra due cariche elettriche dipendono in modo direttamente proporzionale dal prodotto delle due cariche ed inversamente proporzionali al quadrato della loro distanza

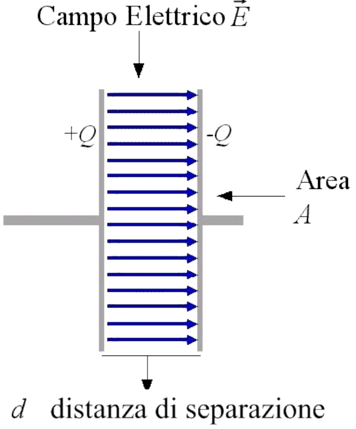
$$\boxed{F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}} \quad \text{dove} \quad \boxed{k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon}}$$

Differenza di potenziale

La differenza di potenziale è il lavoro che le forze del campo compirebbero per portare una carica unitaria positiva da un punto ad un altro a velocità 0.
Dal punto di vista dimensionale U = J/C .

Condensatori

Il condensatore a superfici piane e parallele è un componente costituito da due superfici conduttrici parallele tra loro (dette armature), poste ad una distanza d, in cui ci sono libere di muoversi diversi elettroni. Se applichiamo una tensione elettrica tra le armature queste cariche elettriche dopo un certo tempo fluiranno da un armatura all'altra fino a stabilizzarsi; si definisce capacità di un condensatore la quantità di carica che si sposta per ogni volt di differenza di potenziale



$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

La capacità di un condensatore piano (armature piane e parallele) è proporzionale al rapporto tra la superficie A di una delle armature e la loro distanza d.

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$$

La costante di proporzionalità ε è una caratteristica dell'isolante interposto e si chiama costante dielettrica assoluta e si misura in farad/m.

Ora, poiché la costante dielettrica è un numero molto piccolo .
in genere per semplicità si fa riferimento la rapporto tra la costante dielettrica assoluta di un isolante e quella del vuoto è un numero puro chiamato costante dielettrica relativa. $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

Costante dielettrica assoluta del vuoto = $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$[F/m]		
Mezzo dielettrico	Costante dielettrica relativa	Rigidità dielettrica [KV/mm]
Aria secca (alla pressione di 1 [bar])	1,0006	3
Acqua pura	81,07	15
Olio minerale	2,2 ÷ 2,5	7,5 ÷ 16
Bachelite	5,5 ÷ 8,5	10
Carta comune	2	6
Vetro	6 ÷ 8	25 ÷ 100

La capacità di un condensatore piano a facce parallele è quindi:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

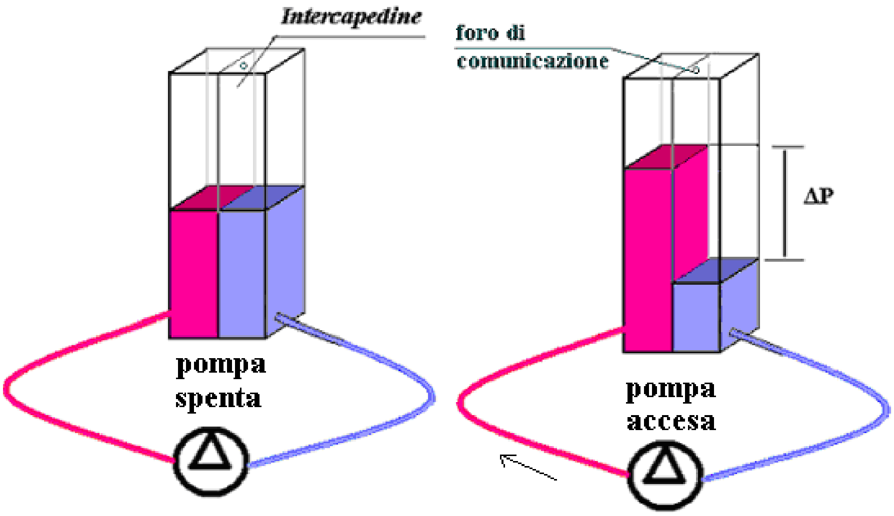
(similitudine idraulica)

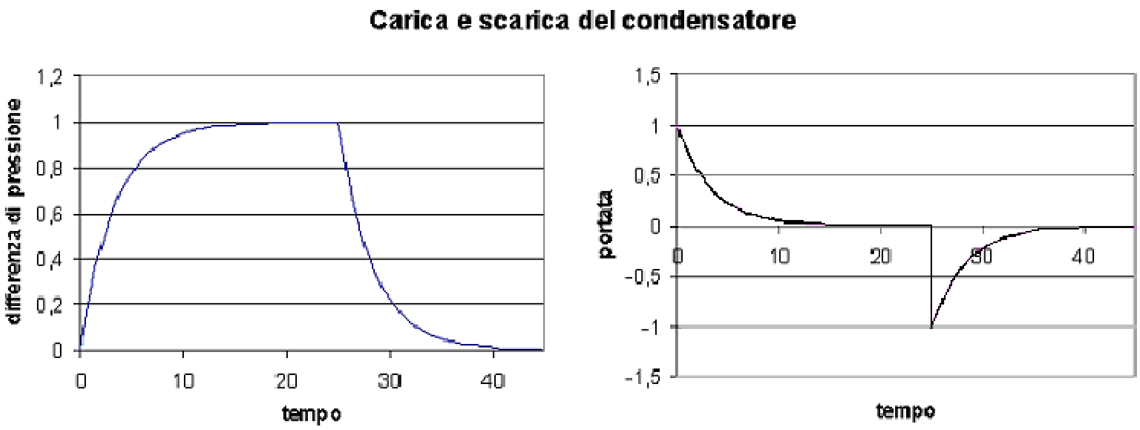
Un condensatore si comporta in modo simile ad un contenitore stagno realizzato con due parallelepipedi uguali comunicanti tra loro solo sulla sommità; detti parallelepipedi sono di altezza infinita riempiti per metà con un liquido mentre la parte sovrastante contiene un gas **incomprimibile**.

Similitudini	
Contenitori	**Armature**
Lamina di separazione	**Dielettrico**
Quantità di liquido l [m^3]	**Quantità di carica elettrica** Q [Coulomb]
Portata l /s [m^3/s]	**Corrente** I = Q / s [A]
Differenza di pressione ΔP [Pascal]	**Differenza di potenziale** ΔU [Volt]
Capacità C = l / ΔP [m^3 /Pascal]	**Capacità** C = Q / ΔU [Farad]
Prevalenza della pompa	**Tensione del generatore elettrico**

I due parallelepipedi rappresentano le due armature, il liquido le cariche elettriche, la parete di separazione il dielettrico, la resistenza offerta dai tubi al fluire del liquido la

resistenza elettrica e la pompa il generatore elettrico. Analizziamo ora la carica del condensatore.
Definiamo **capacità** la quantità di liquido che fluisce da un compartimento all'altro, quando il contenitore è sottoposto ad una differenza di pressione di un Pascal prodotto dalla pompa.
(Si noti che la quantità di liquido all'interno del sistema non varia ma si sposta da una "armatura" all'altra)





Il transitorio è direttamente proporzionale alla resistenza della condotta ed alla capacità del "condensatore"(trascurando l'inerzia del liquido).

Come si vede dalla figura i grafici della pressione (potenziale) e della portata (corrente elettrica), hanno un andamento esponenziale.
Regolato dalle seguenti leggi:

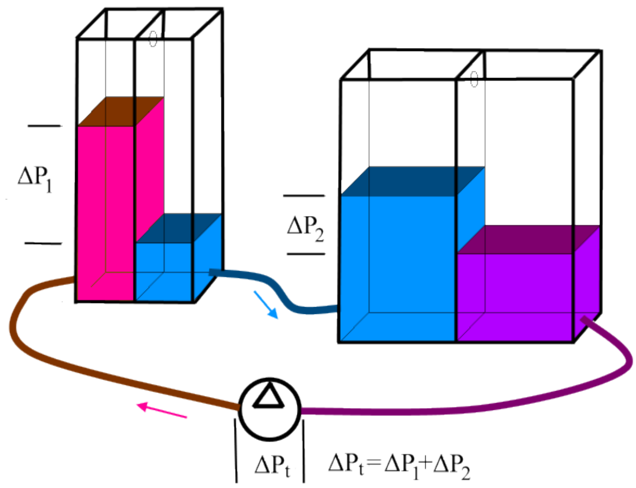
$$u(t) = U_i + (U_f - U_i) \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \qquad i(t) = \frac{(U_f - U_i)}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove τ detta costante di tempo ha come valore τ =RC

Ciò significa che il condensatore non si carica ne si scarica istantaneamente ma impiega un tempo "teoricamente infinito", agli effetti pratici come si può vedere dal grafico il tempo necessario corrisponde poche costanti di tempo dai 3 ai 5 τ

Condensatori in serie

I condensatori in serie sono attraversati dalla stessa quantità di liquido che eroga la pompa; per cui, a parità di liquido spostato si vede che la differenza di pressione è inversamente proporzionale alla capacità



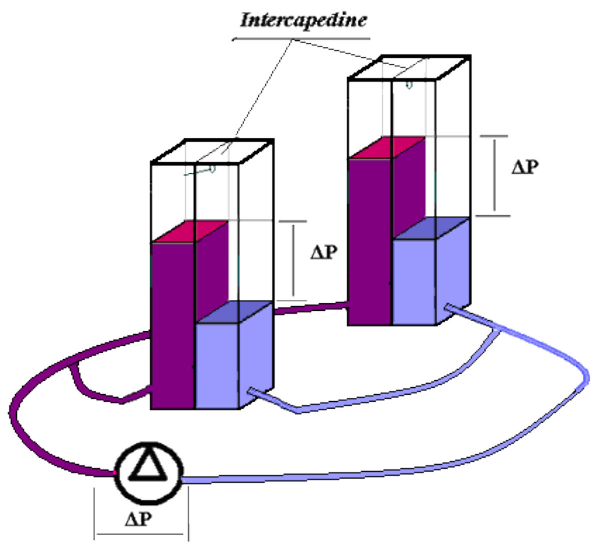
se si vuole sostituire i due condensatori con un solo condensatore equivalente affinché il resto del circuito non se né accorga

$$\Delta p_s = \Delta p_1 + \Delta p_2 = \frac{litri}{C_s} = \frac{litri}{C_1} + \frac{litri}{C_2} \to \frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\boxed{C_s = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}$$

Condensatori in parallelo

I condensatori in parallelo sono sottoposti alla stessa pressione, quindi la quantità di liquido su ciascuno di essi è direttamente proporzionale alla capacità.



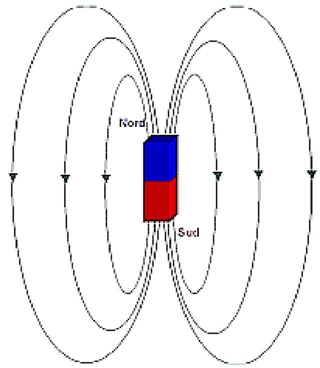
se si vogliono sostituire i due condensatori con un solo condensatore equivalente affinché il resto del circuito non se né accorga

$$litri_{pompa}=litri_{c1} + litri_{c2} =$$

$$\Delta P \cdot C_1 + \Delta P \cdot C_2 = \Delta P \cdot (C_1+C_2) = \Delta P \cdot C_P$$

$$C_p = C_1 + C_2 .$$

Campo magnetico



Dicesi campo magnetico quel campo di forze in grado di mettere in movimento dipoli magnetici. Un campo magnetico può essere generato o da sostanze magnetiche permanenti o dal fluire della corrente elettrica

$$\boxed{F \propto \frac{1}{d^2}}$$

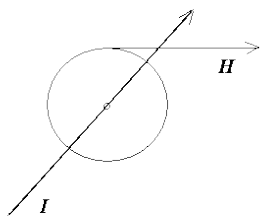
Campi magnetici nella materia

La permeabilità magnetica μ indica l'attitudine di un materiale a lasciarsi magnetizzare da un campo magnetico applicato.
Le sostanze sottoposte a campi magnetici possono essere divise in tre categorie in base al comportamento rispetto al vuoto

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} \qquad \mu_o=1{,}257 \cdot 10^{-6}\ \text{H/m}$$

- diamagnetiche: $\mu_r<1$ sono quelle sostanze che se sottoposte ad un campo magnetico non si magnetizzano ma vengono debolmente respinte verso zone il cui campo magnetico è più debole (rame, oro, piombo, …)
- paramagnetiche: $\mu_r>1$ sono quelle sostanze che se sottoposte ad un campo magnetico si magnetizzano debolmente ed al cessare del campo magnetico esterno cessa la magnetizzazione queste sostanze sono debolmente attratte dal campo magnetico (alluminio, titanio,tungsteno,…)
- ferromagnetiche: $\mu_r>>1$ quelle sostanze che manifestano una magnetizzazione forte e permanente quando sono sottoposte ad un campo magnetico esterno, e sono fortemente attratte dal campo magnetico (ferro, nichel, cobalto, …)

Campo magnetico prodotto dalla corrente elettrica



La corrente elettrica che percorre un filo conduttore produce un campo magnetico ortogonale al verso di percorrenza ed in ogni punto è proporzionale alla sua intensità ed inversamente proporzionale alla distanza.

$$\vec{H} = \frac{\vec{I}}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

Campo magnetico prodotto da un solenoide

Si può dimostrare che nel caso di un solenoide "lungo" di lunghezza l, composto da N spire e percorso da una corrente **I**, il campo magnetico **H**, all'interno del solenoide vale:

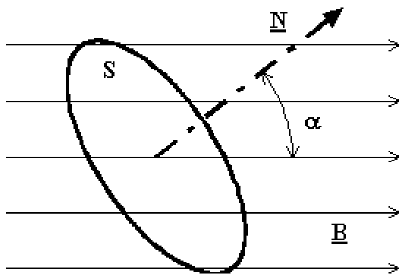
$$\vec{H} = \frac{N \cdot \vec{I}}{l}$$

Induzione magnetica

L'induzione magnetica **B** è la grandezza vettoriale che esprime lo stato magnetico di una sostanza sottoposta ad un campo magnetico.

$$\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H} = \mu_o \cdot \mu_r \cdot \mathbf{H}$$

Flusso di induzione magnetica

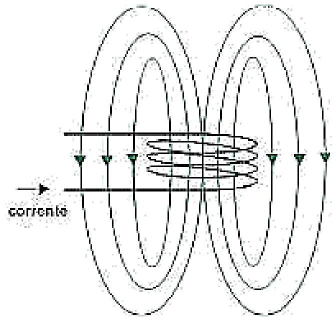


Indica la quantità delle linee di forza del vettore induzione magnetica che attraversano una superficie S ("portata").

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = B \cdot S \cdot \cos(\varphi)$$

Nella gran parte delle applicazioni pratiche il cos(φ) è uguale a 1

Flusso prodotto da un solenoide



Il flusso concatenato con una singola spira all'interno di un solenoide è pari

$$\Phi = B \cdot S = \mu \cdot H \ \ S = \mu \cdot \frac{N \cdot I}{l} \cdot S$$

e moltiplicato per in numero delle spire che formano il solenoide fa

$$\Phi = \mu \cdot \frac{N \cdot N \cdot I}{l} \cdot S = \mu \cdot \frac{N \cdot N \cdot S}{l} \cdot I = L \cdot I$$

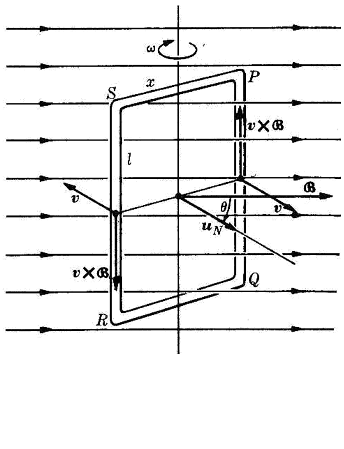
Induttanze

Induttanza L rappresenta la relazione tra il flusso concatenato in un solenoide e la corrente che l'ha generato

$$\boxed{L = \frac{\Phi}{I}}$$

Induzione elettromagnetica

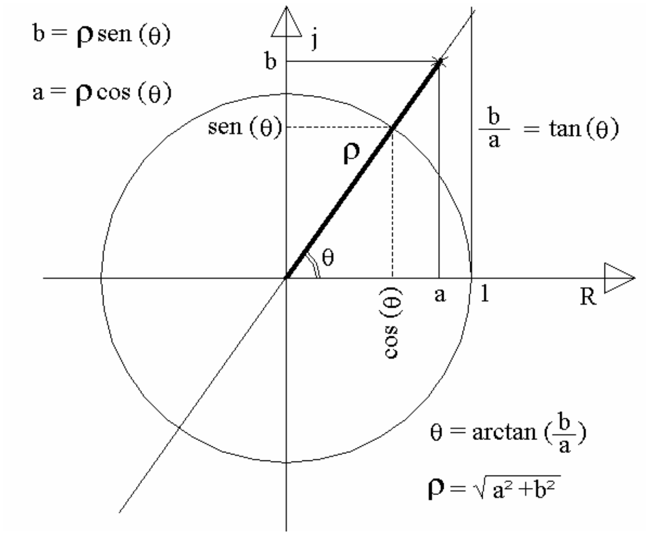
Leggi di Faraday-Neumann e Lenz



La forza elettromotrice indotta in una spira in movimento entro un campo magnetico, è proporzionale alla velocità della variazione del flusso. La forza elettro motrice indotta ha segno tale da opporsi alla variazione di flusso che l'ha generata

$$\boxed{e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}$$

I Numeri Complessi



I numeri complessi sono nati al fine di dare sempre **n** soluzioni alle equazioni di grado **n**.
Si definisce il numero immaginario " **j** " come quel numero il cui quadrato è uguale a **-1**.

$\boxed{j^2 = -1}$ $\boxed{j = \pm\sqrt{-1}}$

I numeri immaginari giacciono su una retta allo stesso modo in cui giacciono i numeri reali.
Le due rette quella dei numeri immaginari e quella dei numeri reali sono ortogonali ed individuano il piano di Gauss o piano dei numeri complessi.
I numeri complessi essendo un punto del piano possono essere individuati univocamente in due modi ben distinti:

- in notazione cartesiana $\boldsymbol{a + j\,b}$ (ascissa e ordinata) (p.es. $\mathbf{3 + j4}$).
- in notazione polare $\boldsymbol{\rho \cdot e^{j\theta}}$ (modulo e fase). (p.es. $\mathbf{5} \cdot e^{j\,0{,}6435}$).

(La fase, θ**,** è normalmente espressa in radianti ma nulla vieta di esprimerla in gradi) relazioni per passare da un numero in notazione cartesiana ad un numero in notazione polare (p.es. $\mathbf{3 + j4} = \mathbf{5} \cdot e^{j\,0{,}6435}$ o $\mathbf{5} \cdot e^{j\,53{,}13°}$).

<table>
<tr><td colspan="2">Conversione da coordinate cartesiane in coordinate polari</td><td>Conversione da coordinate polari in coordinate cartesiane</td></tr>
<tr><td colspan="2">$a + j\,b = \rho \cdot e^{j\theta}$</td><td>$\rho \cdot e^{j\theta} = a + j\,b$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$</td><td>a = ρ · cos (θ)</td></tr>
<tr><td>Se "a" è positiva</td><td>Se "a" è negativa</td><td>b = ρ · sen (θ)</td></tr>
<tr><td>$\theta = arctan\left(\frac{b}{a}\right)$</td><td>$\theta = arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \pi$
$\theta^{\circ} = arctan\left(\frac{b}{a}\right) + 180$</td><td>Nota:
Il numero "*e*" è il numero di Neper ed è pari a 2,71828182845904…..,</td></tr>
</table>

Un numero si dice che è il complesso coniugato di un altro se ha la stessa parte reale ed ha parte immaginaria opposta
(p.es. 25 + j 37 ed 25 – j 37) 0 (p.es. $\mathbf{6} \cdot e^{\mathbf{j\,1{,}2}}$ ed $\mathbf{6} \cdot e^{\mathbf{-j\,1{,}2}}$)

Le principali operazioni in coordinate cartesiane

$(a_1 + j\, b_1) + (a_2 + j\, b_2) = (a_1 + a_2) + j\,(b_1 + b_2)$ **(somma)**

$(a_1 + j\, b_1) - (a_2 + j\, b_2) = (a_1 - a_2) + j\,(b_1 - b_2)$ **(sottrazione)**

$(a_1 + j\, b_1) * (a_2 + j\, b_2) = (a_1 * a_2 - b_1 * b_2) + j\,(a_1 * b_2 + a_2 * b_1)$ (moltiplicazione)

$$\frac{a_1 + jb_1}{a_a + jb_2} = \frac{(a_1 + jb_1)\cdot(a_2 - jb_2)}{(a_2 + jb_2)\cdot(a_2 - jb_2)} = \frac{a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2}{a_2^2 + b_2^2} + j\frac{-a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1}{a_2^2 + b_2^2} \quad \text{(divisione)}$$

Le principali operazioni in coordinate polari

$$(\rho_1 \cdot e^{j\theta_1})\cdot(\rho_2 \cdot e^{j\theta_2}) = (\rho_1 \cdot \rho_2)\cdot e^{j(\theta_1 + \theta_2)} \quad \textbf{(moltiplicazione)}$$

$$(\rho_1 \cdot e^{j\theta_1})/(\rho_2 \cdot e^{j\theta_2}) = (\rho_1 / \rho_2)\cdot e^{j(\theta_1 - \theta_2)} \quad \textbf{(divisione)}$$

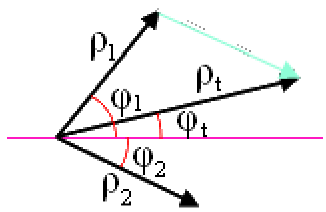
$$(\rho_1 \cdot e^{j\theta_1}) - (\rho_2 \cdot e^{j\theta_2}) = (\rho_1 \cdot e^{j\theta_1}) + (\rho_2 \cdot e^{j(\theta_2 + \pi)}) \quad \text{(sottrazione)}$$

$$(\rho_1 \cdot e^{j\theta_1}) + (\rho_2 \cdot e^{j\theta_2}) = \rho_t \cdot e^{j\theta_t} \quad \text{(somma)}$$

dove ρ_t e θ_t sono tratte dai teoremi di Carnot e di Eulero:

$$\rho_t = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_1^2 + 2\cdot \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$\theta_t = \theta_2 + arcsen\left(\frac{\rho_1 \cdot sen(\theta_1 - \theta_2)}{\rho_t}\right)$$



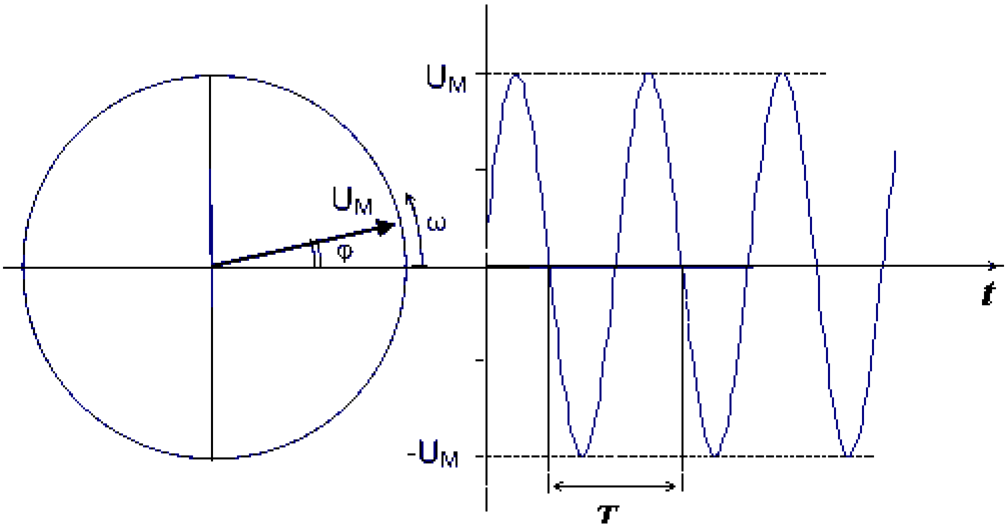
Vista la complessità delle formule si evince che è in genere più conveniente effettuare le operazioni di somma e sottrazione in coordinate cartesiane e le operazioni di prodotto e divisione in coordinate polari.
(Si noti che il prodotto o la somma di due numeri complessi e coniugati dà, come risultato, sempre un numero reale).

Rappresentazione di una grandezza alternata sinusoidale

Con riferimento alla figura a lato la seguente espressione

$$u(t) = U_M \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

esprime il valore, istante per istante, di una tensione sinusoidale.



Dove

- U_M rappresenta il valore massimo del vettore rotante che genera la funzione
- ω rappresenta la velocità angolare del vettore
- t il tempo
- φ l'angolo che il vettore forma con l'asse reale al tempo zero detto anche sfasamento iniziale

Termini comunemente usati e relative unità di misura

- Il **periodo T** si misura in secondi [s] ed è il tempo dopo il quale la funzione si ripete cioè

  $U_M \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) = U_M \operatorname{sen}(\omega(t+T) + \varphi)$

- **Frequenza** è il numero di periodi al secondo **f =1/T** si misura in hertz [hz)] o [s^{-1}]

- La **pulsazione angolare** o velocità angolare **ω = 2πf** si misura in radianti al secondo [rad/s] o (**ω = 360° · f** gradi al secondo o [°/s])

- **Valore efficace** è quel valore che, in regime continuo, produce lo stesso effetto Termico associato alla grandezza alternata. Questo valore per il regime sinusoidale corrisponde $U_{eff} = \dfrac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$ o $I_{eff} = \dfrac{I_{max}}{\sqrt{2}}$. Comunemente, quando non si specifica altro, questo è il valore a cui si fa riferimento.

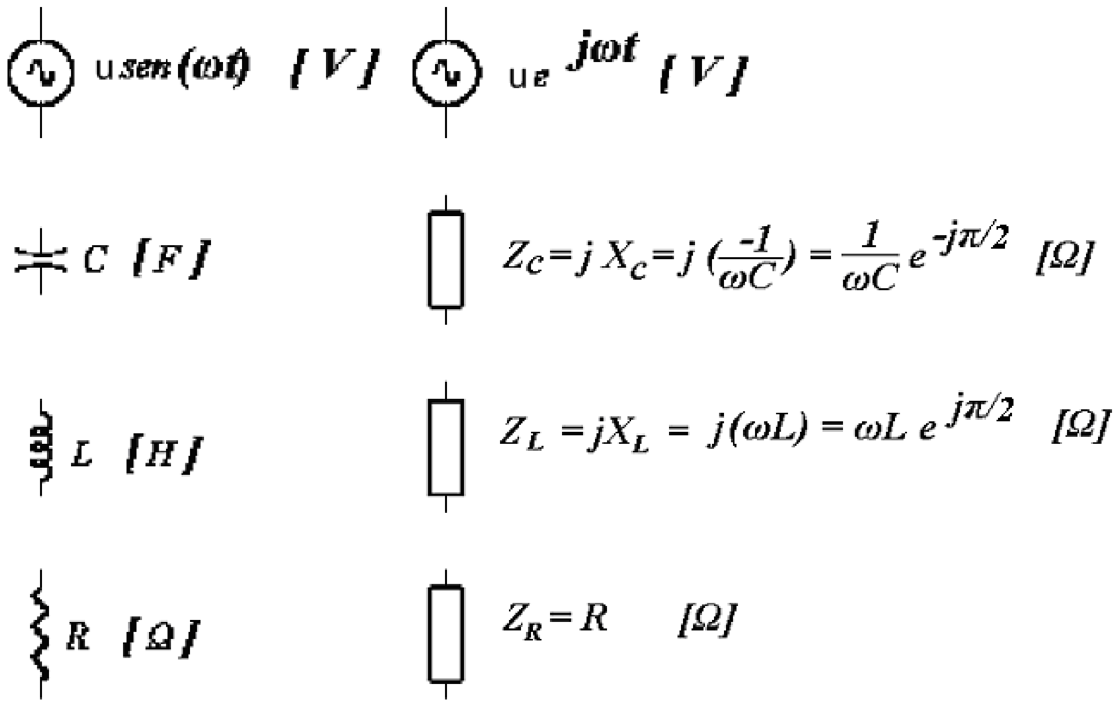
Rappresentazione vettoriale dei segnali sinusoidali

$$U_M\, e^{j\omega t} = U_M \cos(\omega t) + j\, U_M\, \mathrm{sen}(\omega t)$$

Segnale vettoriale

La f.e.m. U_M sen(ωt) può essere considerata come la parte immaginaria di una f.e.m. fittizia espressa dalla relazione $U_M\, e^{j\omega t}$; quindi, in un sistema lineare, tutte le operazioni che effettueremo sulla funzione esponenziale si ripercuoteranno implicitamente in analoghe operazioni effettuate sulla componente sinusoidale. I risultati che si otterranno sotto forma vettoriale possono essere quindi legittimamente interpretarti in termini di ampiezza e fase di grandezze sinusoidali.

Comportamento a regime con segnali sinusoidali



$$\boxed{\omega = 2\pi f}$$

Il termine X si chiama reattanza e rappresenta in generale la componente immaginaria dell’impedenza prede il come di reattanza induttiva se positiva e capacitiva se negativa.

Legge di Ohm

$$\vec{U}=Z\,\vec{i}$$

La caduta di potenziale, ai capi di un'impedenza percorsa da una corrente, è uguale al valore dell'impedenza, del componente, per il valore della corrente che l'attraversa. Dove:

- ***u*** è il vettore tensione ai capi del componente
- Z rappresenta l'impedenza come numero complesso del componente
- ***i*** è il vettore corrente che attraversa il componente.

N.B. Sono validi anche in alternata

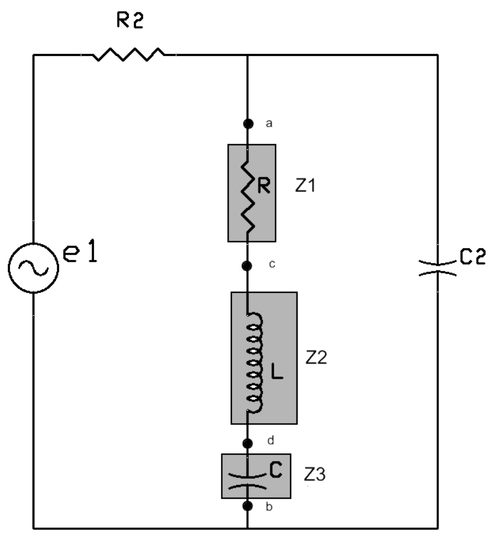
- I principi di Kirchhoff,
- la sovrapposizione degli effetti,
- il teorema di Thèvenin,
- il teorema Norton,
- la conversione triangolo stella.
- ecc ecc….

Sostituendo nelle definizioni date precedentemente le parole:

- resistore con componente
- resistenza con impedenza.
- Nelle formule R con Z

Impedenze in serie

Due o più impedenze si dicono in serie se appartengano allo stesso ramo.



Se si vuole sostituire una impedenza al posto di più impedenze in serie in modo tale che in resto del circuito non si accorga della sostituzione allora si deve garantire che la caduta di potenziale U_{ab} deve rimanere inalterata come pure la corrente in ingresso della serie.

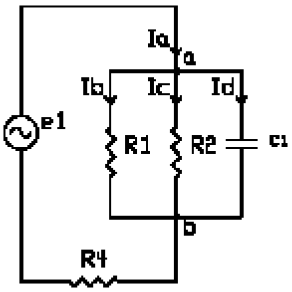
$$\boldsymbol{u}_{ab} = u_{ac} + u_{cd} + u_{db}$$

$$\frac{Z_s}{\dot{i}_a} = \frac{Z_1}{\dot{i}_a} + \frac{Z_2}{\dot{i}_a} + \frac{Z_3}{\dot{i}_a}$$

Da cui si deduce che l'impedenza Z_s deve avere una impedenza pari alla somma delle impedenze:

$$Z_S = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

Impedenze in parallelo



Due o più impedenze si dicono in parallelo se gli estremi confluiscono sugli stessi nodi propri.
Se si vuole sostituire una impedenza al posto di più impedenze in parallelo in modo tale che in resto del circuito non si accorga della sostituzione allora si deve garantire che la caduta di potenziale U_{ab} deve rimanere inalterata come pure la corrente in ingresso del parallelo.

$$\boldsymbol{i}_a=\boldsymbol{i}_b+\boldsymbol{i}_c+\boldsymbol{i}_d$$

$$\frac{u_{ab}}{Z_p}=\frac{u_{ab}}{Z_1}+\frac{u_{ab}}{Z_2}+\frac{u_{ab}}{Z_3}$$

Da cui si deduce che il componente Z_p deve avere la **ammettenza Y_p=1/ Z_p** pari alla somma delle ammettenze dei componenti:

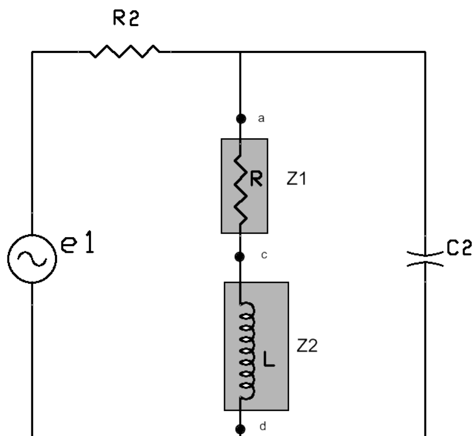
$$\boxed{\frac{1}{Z_P}=\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}}$$

nel caso particolare di due impedenze si ha:

$$\boxed{Z_p=\frac{Z_1 * Z_2}{Z_1+Z_2}}$$

Partitore di tensione

Se un ramo, composto da sole impedenze, è sottotosto ad una d.d.p. La tensione ai capi della singola impedenza è direttamente proporzionale alla impedenza del componente stesso ed inversamente proporzionale alla somma delle impedenze del ramo



$$\boxed{\vec{u}_{zx}=\frac{Z_x}{Z_{ramo}}\cdot\vec{u}_{ab}}$$

p.e $$\boxed{\vec{u}_{cd}=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2+Z_3}\cdot\vec{u}_{ab}}$$

Potenza elettrica legge di Joule

In un componente elettrico la potenza dipende esclusivamente dalla impedenza e dal quadrato della corrente che l'attraversa

$$\boxed{P_a = i_{eff}^2 \cdot Z}$$

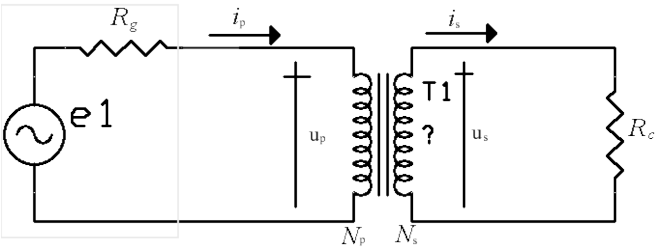
$P_a = i_{eff}^2 \cdot (R+jX)$ = potenza apparente = $i_{eff} \cdot u_{eff}$ [VA]

$P = i_{eff}^2 \cdot R = i_{eff} \cdot i_{eff} \cdot Z \cdot \cos(\theta) = u_{eff} \cdot i_{eff} \cdot \cos(\theta)$ [W] potenza attiva

$Q = i_{eff}^2 \cdot X = i_{eff} \cdot i_{eff} \cdot Z \cdot \text{sen}(\theta) = u_{eff} \cdot i_{eff} \cdot \text{sen}(\theta)$ [VAR]potenza reattiva

Trasformatore ideale.

Il trasformatore è una macchina statica che serve ad innalzare o ad abbassare una tensione in base al rapporto spire



$u_p / u_s = N_p / N_s$ funziona solo in regime variabile (**non funziona in corrente continua**).

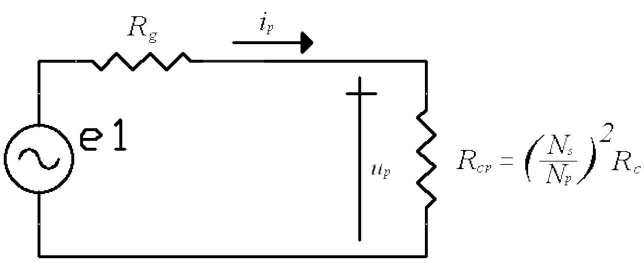
Nel caso ideale (un trasformatore senza perdite) la potenza resa è pari alla potenza fornita.

$$U_p \cdot i_p = u_s \cdot i_s \,.$$

Trasformatore utilizzato come adattatore di impedenza

Un trasformatore può essere utilizzato anche come un adattatore di impedenza; difatti il circuito primario vede il bipolo costituito dal trasformatore e dal carico come un resistore pari a :

$$\boxed{R_{ci} = \frac{U_p}{I_p} = \left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2 \cdot R_c}$$



Serie Valori normalizzati

In accordo alle norme IEC sono state fissate delle serie normalizzate di valori compresi da 1 a 10.
Tutti gli altri valori sono multipli o sottomultipli di 10.
La serie E6 ha 6 valori, la E12 ha 12 valori e così via.
La serie da E6 è utilizzata per resistenze di bassa precisione 20%,
Le serie E12 e E24 sono utilizzate per resistenze di bassa e media precisione 10% e 5%.
Le serie E48 e E96 vengono utilizzate per resistenze di precisione 2%, 1%, 0,5%, 0,25%, 0,1%.
Di seguito vengono riportate le tabelle relative agli standard E6, E12, E24, E48, E96.

E6	E12	E24
1,0	1,0	1,0
		1,1
	1,2	1,2
		1,3
1,5	1,5	1,5
		1,6
	1,8	1,8
		2,0
2,2	2,2	2,2
		2,4
	2,7	2,7
		3,0
3,3	3,3	3,3
		3,6
	3,9	3,9
		4,3
4,7	4,7	4,7
		5,1
	5,6	5,6
		6,2
6,8	6,8	6,8
		7,5
	8,2	8,2
		9,1

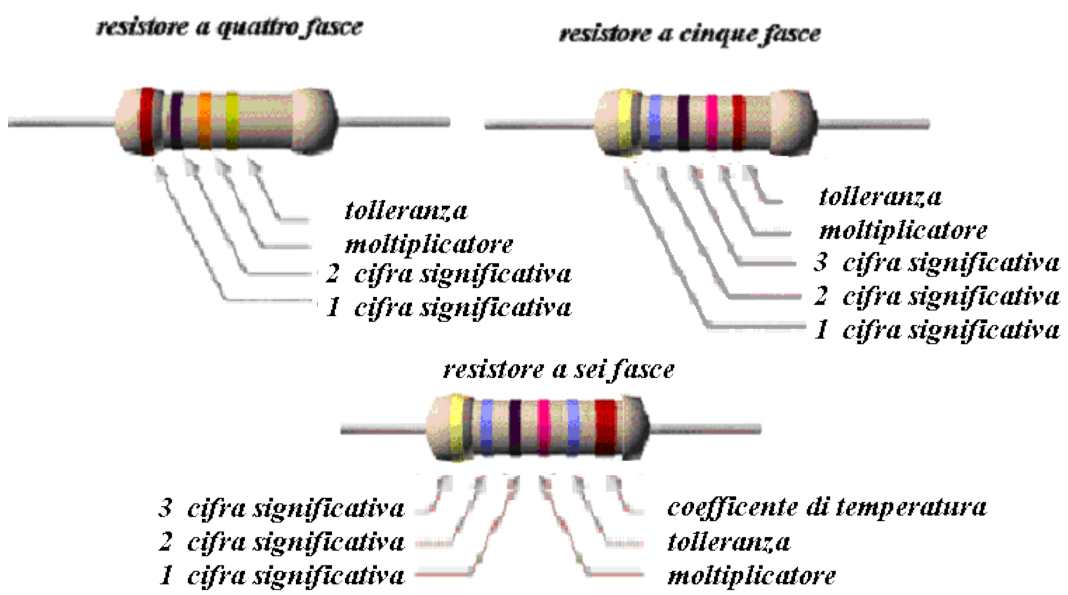
SERIE E48					
1,00	1,47	2,15	3,16	4,64	6,81
1,05	1,54	2,26	3,32	4,87	7,15
1,10	1,62	2,37	3,48	5,11	7,50
1,15	1,69	2,49	3,65	5,36	7,87
1,21	1,78	2,61	3,83	5,62	8,25
1,27	1,87	2,74	4,02	5,90	8,66
1,33	1,96	2,87	4,22	6,19	9,09
1,40	2,05	3,01	4,42	6,49	9,53

SERIE E96							
1,00	1,33	1,78	2,37	3,16	4,22	5,62	7,50
1,02	1,37	1,82	2,43	3,24	4,32	5,76	7,68
1,05	1,40	1,87	2,49	3,32	4,42	5,90	7,87
1,07	1,43	1,91	2,55	3,40	4,53	6,04	8,06
1,10	1,47	1,96	2,61	3,48	4,64	6,19	8,25
1,13	1,50	2,00	2,67	3,57	4,75	6,34	8,45
1,15	1,54	2,05	2,74	3,65	4,87	6,49	8,66
1,18	1,58	2,10	2,80	3,74	4,99	6,65	8,87
1,21	1,62	2,15	2,87	3,83	5,11	6,81	9,09
1,24	1,65	2,21	2,94	3,92	5,23	6,98	9,31
1,27	1,69	2,26	3,01	4,02	5,36	7,15	9,53
1,30	1,74	2,32	3,08	4,12	5,49	7,32	9,76

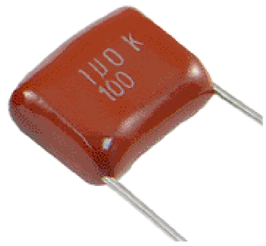
Codice dei colori Resistori commerciali

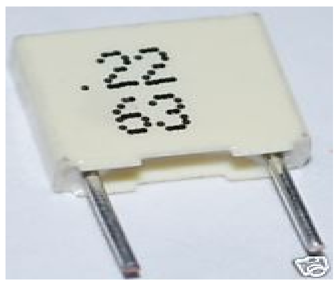
colore	Cifre significative	moltiplicatore	tolleranza	Coefficiente di temperatura (10^{-6} / °C)
Nessuno	---	----	±20%	---
Argento	---	10^{-2}	±10%	
Oro	---	10^{-1}	±5%	
Nero	0	10^{0}	----	±200
Marrone	1	10^{1}	±1%	±100
Rosso	2	10^{2}	±2%	±50
Arancio	3	10^{3}		±15
Giallo	4	10^{4}		±25
Verde	5	10^{5}	±0,5%	±20
Blu	6	10^{6}	±0,25%	±10
Viola	7	10^{7}	±0,1%	±5
Grigio	8	10^{8}		±1
Bianco	9	10^{9}		---

I valori ohmici nominali di resistori di piccole dimensioni vengono stampati sul corpo di questi componenti mediante bande colorate.



Codice dei Condensatori

<table>
<tr>
<td>Codice alfanumerico:
(Codice Europeo)
Lettera dell'unità di misura, al posto della virgola, quindi:
2p2 significa 2,2pF
22p significa 22pF, ma si può indicare anche soltanto "22"
n22 significa 0,22nF = 220pF
2n2 significa 2,2nF
22n significa 22nF
220n significa 220nF</td>
<td>
1,0 μF 10% 100V</td>
</tr>
<tr>
<td>Codice numerico a tre cifre:
(Codice Asiatico)
Il discorso è come il precedente, solo che la cifra moltiplicatrice è dopo i due numeri che indicano il valore nominale
222 significa 2.200pF = 2,2nF
221 significa 220pF
220 significa 22pF
2.2 significa 2,2pF
223 significa 22.000pF = 22nF
154 significa 150.000pF = 150nF
225 significa 2.200.000pF = 2,2μF</td>
<td>

150 nF</td>
</tr>
<tr>
<td>Codice con puntino iniziale
(solo per capacità dell'ordine del nF)
(Codice Americano)
Il puntino, significa che il valore è espresso in μF, e il puntino corrisponde alla virgola.
.0022 significa 0,0022μF = 2,2nF
.022 significa 0,022μF = 22nF
.22 significa 0,22μF = 220nF</td>
<td>

220 nF 63V</td>
</tr>
</table>

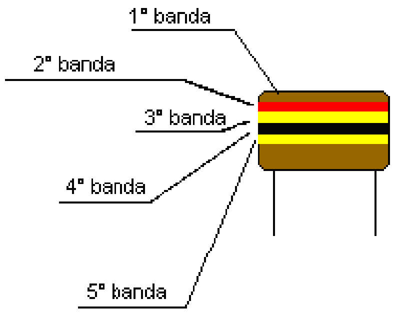
Tolleranze e tensioni di lavoro.

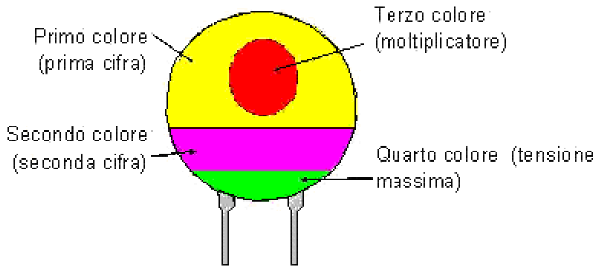
In tutti i condensatori possono comparire le seguenti lettere: M - K - J . Queste tre lettere stanno ad indicare la TOLLERANZA che è la seguente:
M = Tolleranza inferiore al 20%;
K = Tolleranza al 10% ;
J = Tolleranza al 5%.
Dopo una di queste tre lettere, compaiono due o più numeri che indicano la TENSIONE DI LAVORO. Se, per esempio, leggete 100, significa che la tensione di lavoro è 100 VOLT DC. Se invece leggete 450 V.AC. significa che la sua tensione di lavoro massima è di 450 VOLT CORRENTE ALTERNATA. Se, infine, leggete 3,5K, significa che la tensione massima di lavoro è di 3.500 Volt.

Codice dei colori

Per i condensatori i primi 3 colori seguono la stessa procedura delle resistenze.
Gli altri due sono tolleranza e tensione di lavoro

	Numero della banda	
	4	5
Nero	20%	-
Bianco	10%	-
Verde	5%	-
Arancio	2,5%	-
Rosso	2%	250v
Marrone	1%	-
Giallo	-	400v





COLORE	1^CIFRA	2^CIFRA	MOLTIPL.	TENSIONE
NERO		0	x1	10v
MARRONE	1	1	x10	
ROSSO	2	2	x100	
ARANCIO	3	3		
GIALLO	4	4		6.3v
VERDE	5	5		16v
AZZURRO	6	6		20v
VIOLA	7	7		
GRIGIO	8	8	x0.01	25v
BIANCO	9	9	x0.1	3v
ROSA				35v